MASZYNY I URZĄDZENIA TECHNOLOGICZNE

Diagnostyka – zbiory rozmyte – sieci neuronowe

Prof. dr hab. inż. Józef Gawlik
Katedra Inżynierii Procesów Produkcyjnych
tel. 12 374 32 46, kom. 607 318 655; bud. 6C - pok.3.15
e-mail: jozef.gawlik@pk.edu.pl

Literatura do wykładu „Diagnostyka – zbiory rozmyte – sieci neuronowe”

1. Boroń D.: Metody badań odkształceń i naprężeń w zmęczeniu materiałów i konstrukcji. Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji- PIB, Radom 2007
2. Dietrich E., Schulze A.: Metody statystyczne w kwalifikacji środków pomiarowych maszyn i procesów produkcyjnych. Wyd. Notika System, Warszawa 2000, (rozdział 2 „Podstawy statystyki technicznej”, s.18 –131
3. Grzesik N.: Rozmyte systemy eksperckie w lotniczych systemach pokładowych. Wydawnictwo Instytut Technicznego Wojsk Lotniczych, Warszawa 2016
4. Hamrol A. Gawlik J. Sładek J.: Mechanical Engineering for Industry 4.0. Management and Production Engineering Review, Nr 3, 2019
5. Kononiuk A., Nazarko J.: Scenariusze w antycypowaniu i kształtowaniu przyszłości. Oficyna Wolters Kluwer business, Warszawa 2014
6. Kosmol J.: Napędy mechatroniczne. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2013
7. Knosala R.: Zastosowania metod sztucznej inteligencji w inżynierii produkcji, WNT, Warszawa 2002.
8. Lipiński D.: Podstawy modelowania i optymalizacji procesów szlifowania z zastosowaniem metod sztucznej inteligencji, Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2018.
9. Majewski M.: Podstawy budowy inteligentnych systemów interakcji urządzeń technologicznych i ich operatorów. Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2010.
10. Pajor M., Marchelek K.: Aspekty tworzenia koncepcji obrabiarki inteligentnej. Inżynieria Maszyn, 16, z.1-2, 2011
11. Piekoszewski W.: Wpływ powłok na zmęczenie powierzchniowe smarowanych stalowych węzłów tarcia. Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji- PIB, Radom 2011
12. Pieniążek J.: Kształtowanie współpracy człowieka z lotniczymi systemami sterowania. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2014
13. Rojek I.: Zastosowania metod sztucznej inteligencji w projektowaniu i nadzorowaniu procesów technologicznych obróbki skrawaniem. Wydawnictwo uniwersytetu Kazimierz Wielkiego, Bydgoszcz 2017
14. Płaska S.: Wprowadzenie do statystycznego sterowania procesami technologicznymi. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin 2000
15. Gawlik R.: Enhancing Managerial Decision-making through Multicriteria Modeling. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2019.

Motto: *„Wszyscy wiedzą, że czegoś nie da się zrobić i przychodzi taki jeden, który nie wie, że się nie da i on właśnie to robi” (Albert Einstein)*

Obiekty:
- procesy dynamiczne reprezentujące zachowanie obiektu sterowanego
- systemy automatycznego sterowania
- układy pomiarowe dostarczające informacji o stanie obiektu sterowanego

Procesy:
- odbiór informacji z otoczenia (recepcja, percepcja)
- przetwarzanie informacji
- formowanie sygnałów sterujących
- efektory i wewnętrzne pętle sterowania efektorami

Interfejsy – elementy łączące
- informacyjne, przekazujące informacje o stanie obiektu sterowanego
- sterujące, przez które człowiek oddziałuje na obiekt sterowany

Przetwornik - urządzenie konwertujące jeden rodzaj energii na inny (najczęściej na postać energii elektrycznej).

Funkcje monitorowania systemów wytwórczych:
- wykrywanie usterek podczas realizacji procesu wytwarzania
- dostarczanie danych do optymalizacji procesu
- dostarczanie informacji o relacji pomiędzy wyjściami a wejściami procesu

W zautomatyzowanym systemie wytwórczym i stosowaniu monitoringu rolę organów zmysłu operatora pełnią **sensory,** rolę mózgu pełni **komputer z oprogramowaniem**, a zadania realizują człony wykonawcze **aktuatory.**

Fizyczna wielkość wejściowa jest **wielkością mierzoną.**

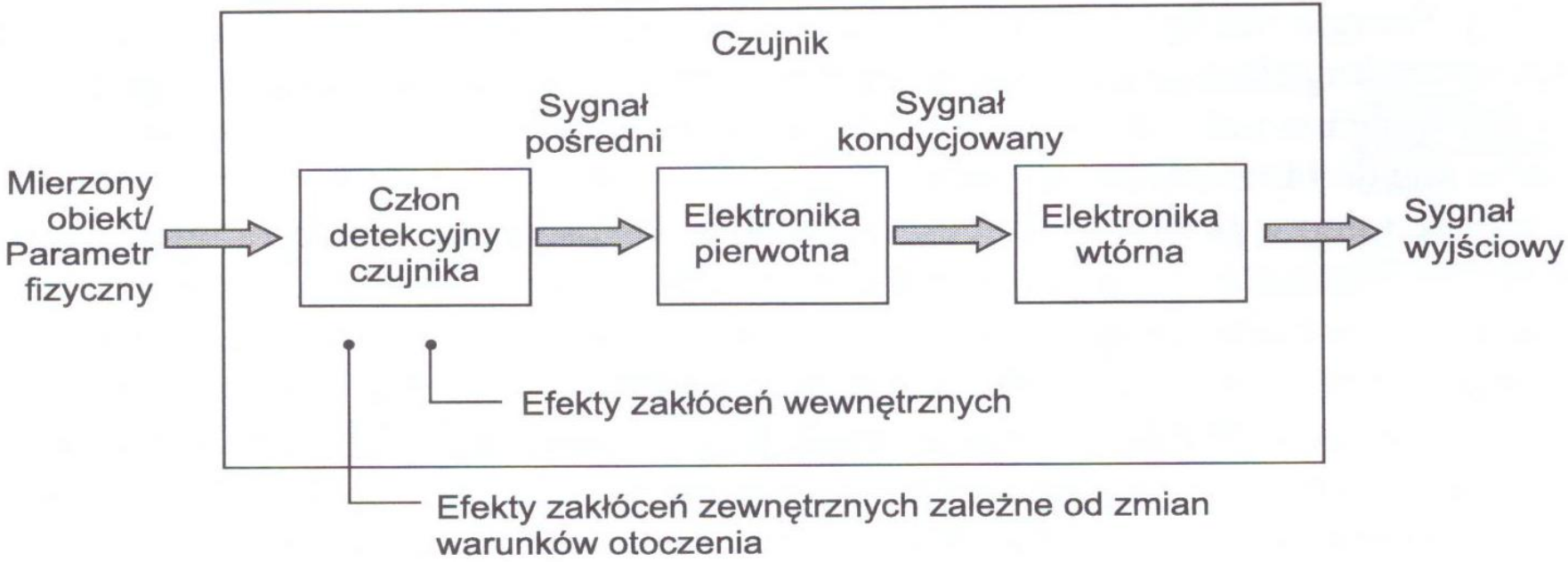
Detektor jest urządzeniem, służącym do wykrycia wielkości fizycznej lub zjawiska.

Wielkości mierzone w procesie produkcyjnym i typy sygnałów stosowanych sensorów

Postacie energii konwertowane przez sensory	
Postać energii	**Pochodzenie energii**
• Atomowa	• Związana z siłami występującymi między jądrami i elektronami atomu
• Elektryczna	• Pole elektryczne, prąd, napięcie
• Grawitacyjna	• Związana z przyciąganiem grawitacyjnym masy z Ziemią
• Magnetyczna	• Pole magnetyczne i związane z nim efekty
• Masowa	• Związana z teorią względności
• Mechaniczna	• Mechaniczna dotycząca ruchu, prędkości, siły, itp.
• Molekularna	• Energia wiązań molekuł
• Nuklearna	• Energia uwalniana w procesie przemian jądrowych
• Promieniowania	• Związana z falami elektromagnetycznymi, mikrofalami, światłem podczerwonym, widzialnym, ultrafioletowym, promieniowaniem rentgenowski i gamma
• Termiczna	• Związana z energią kinetyczną atomów i molekuł

Kryteria wyboru czujników:

- wpływ czujnika na proces lub zachowanie maszyny technologicznej
- ograniczenia konstrukcyjne w miejscu pomiaru
- trwałość i niezawodność czujnika
- przydatność eksploatacyjna przy wpływie zakłócających czynników elektrycznych, mechanicznych, termicznych, świetlnych i innych …
- czułość i zakres pomiarowy
- sposób detekcji wielkości pomiarowych i błędy przetwarzania sygnału



Łańcuch kondycjonowania sygnału wewnątrz czujnika

Statystyka deskryptywna albo opisowa zajmuje się badaniem całej populacji. Badaniem części tej populacji, czyli **próbą losową** zajmuje się **statystyka indukcyjna** albo analityczna.
Indukcyjne metody statystyczne są wymagane wszędzie tam, gdzie wyniki nie dają się dowolnie często i dokładnie powtarzać. Przyczyny braku powtarzalności tkwią w **niekontrolowanych i niekontrolowalnych** wpływach zewnętrznych. Te wpływy prowadzą do rozrzutu uzyskiwanych wartości badanych cech (np. wyników pomiarów).

Jeżeli wnioskujemy z próby losowej na populację generalną, to mówimy o **wnioskowaniu pośrednim**. Należy przy tym dla każdego szacowanego wskaźnika określić przedział ufności. **Oznacza to, że prawdziwa wartość szacowanej wielkości mieści w przedziale ufności z określonym prawdopodobieństwem.**

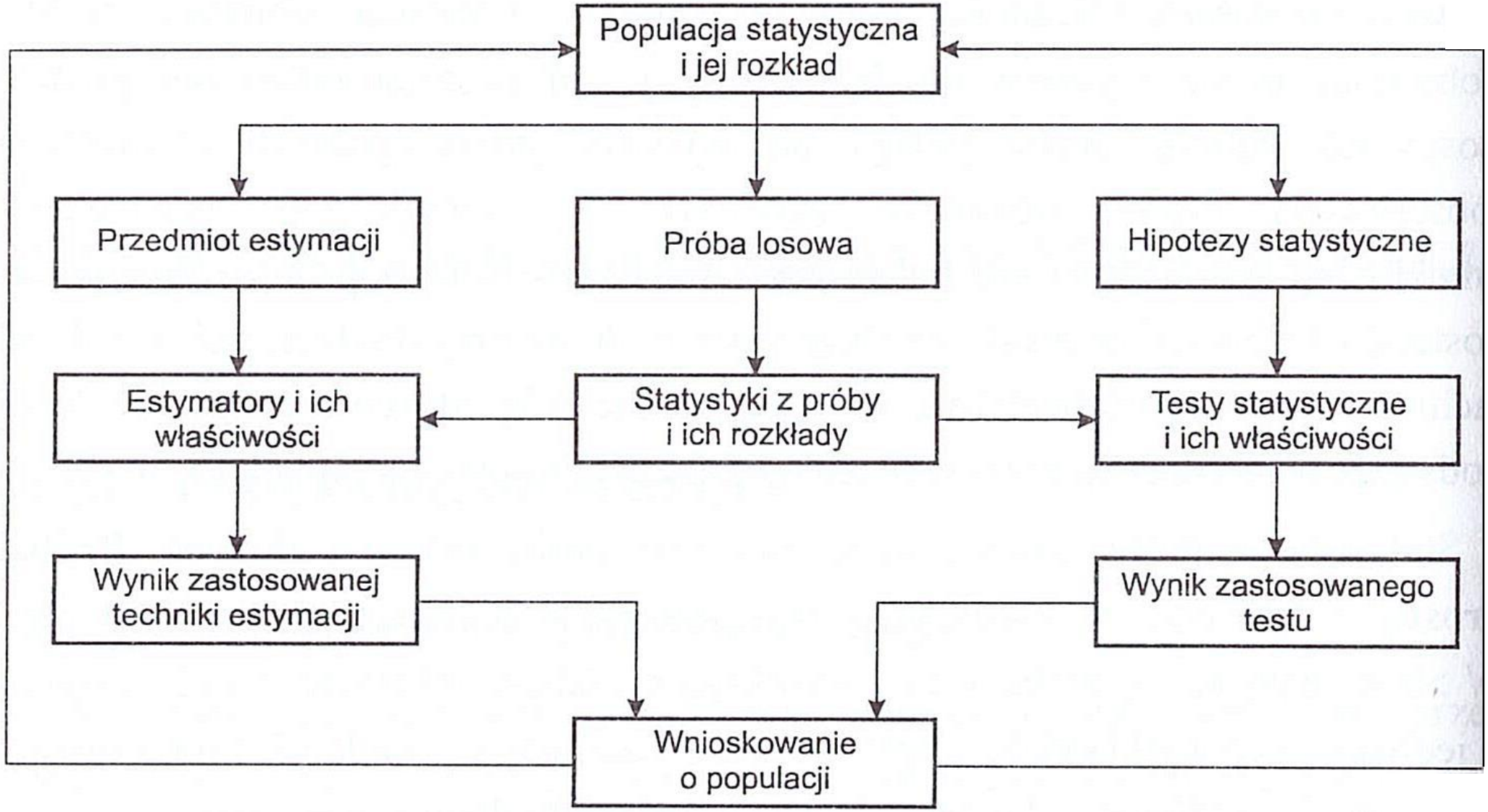
Celem analizy prób statystycznych jest uogólnienie obserwowanego zachowania obserwowanej cechy na stanowiącą podstawę tej analizy populację generalną. Takie uogólnienie jest możliwe tylko wtedy, kiedy zachowania cechy spełniają pewne wiarygodne założenia, a analizowane stany obserwacyjne można przyjąć jako odpowiadające rzeczywistości.

Prowadzi to do wykorzystania różnego typu rozkładów statystycznych, które:

- jako **rozkłady prawdopodobieństwa** (rozkłady wielkości losowych) opisują populację, z której pochodzą wielkości obserwowane;

albo

- jako **rozkłady parametryczne (**rozkłady prawdopodobieństwa opisane matematycznie za pomocą parametrów) znajdują zastosowanie przy obliczaniu wskaźników statystycznych, np. przedziałów rozrzutu wyników, albo przedziały ufności, bądź w testach statystycznych. Do rozkładów parametrycznych należą: rozkład normalny, rozkład t-Studenta, rozkład , test F-Snedecora.



Schemat zakresu statystyki matematycznej [14]

Zależnie od cech badanej populacji rozkłady prawdopodobieństwa dzielą się na **rozkłady dyskretne** oraz **rozkłady ciągłe**. Do rozkładów ciągłych należy miedzy innymi rozkład normalny.

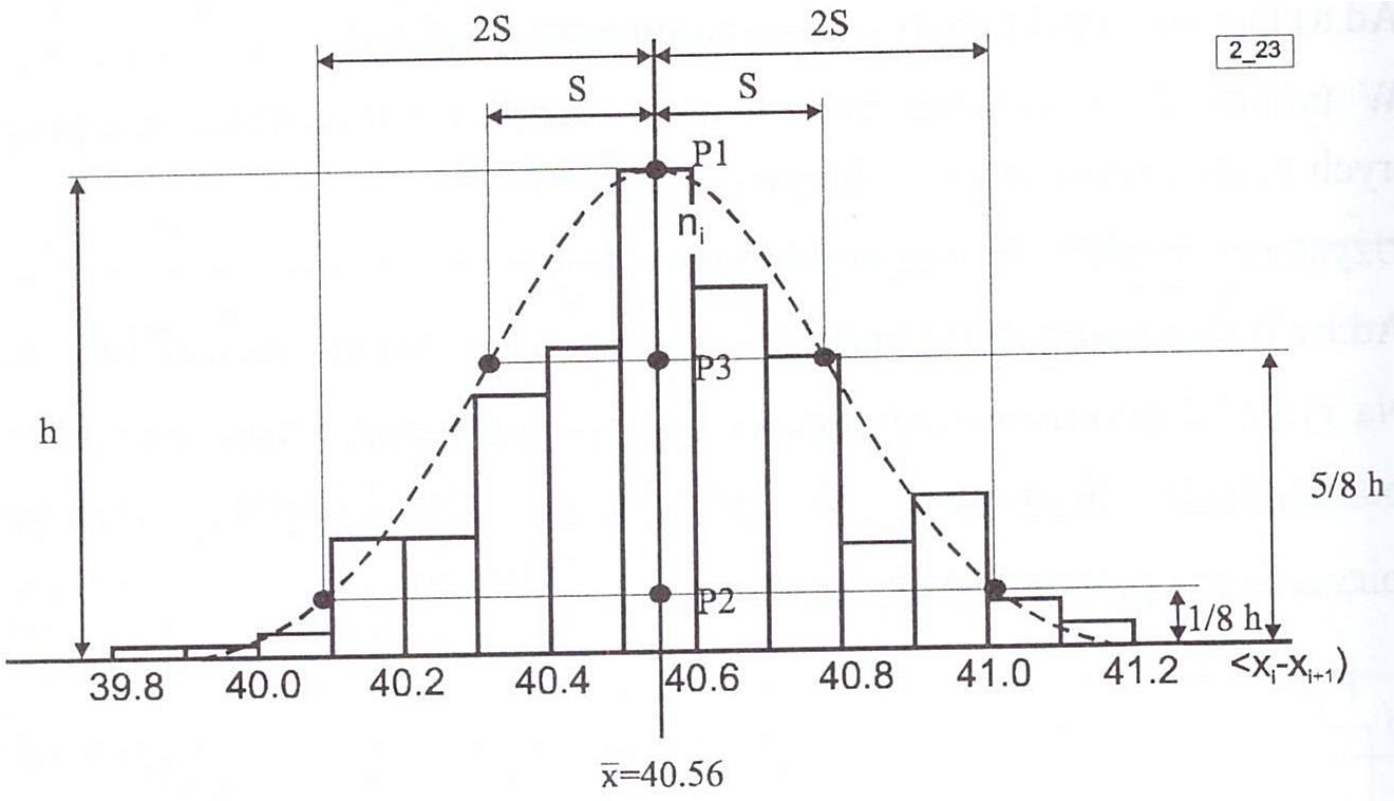
Przyczyny i uzasadnienie opisu badanych cech za pomocą **rozkładu normalnego** wynikają z tego, że:

- wiele cech występujących w eksperymentach i obserwacjach ma rozkład normalny wartości tych cech. W szczególności rozkład sumy wielu niezależnych zmiennych losowych o dowolnych rozkładach zbliża się do rozkładu normalnego i to tym bardziej, im większa jest ich liczba
- rozkład cech nie podlegających rozkładowi normalnemu może często zostać przybliżony przez rozkład normalny. Założenie, że można opisać je rozkładem normalnym prowadzi często do rozsądnych i praktycznie użytecznych wyników;
- niektóre cechy nie mające rozkładu normalnego dają się przekształcić tak, że zmienna transformowana ma rozkład normalny;
- szereg skomplikowanych rozkładów daje się w przypadkach granicznych zastąpić przez rozkład normalny w praktycznie użyteczny sposób;
- operowanie matematycznym modelem tego rozkładu jest łatwe (między innymi z zastosowaniem tablic statystycznych).

Funkcję gęstości prawdopodobieństwa oznaczamy przez $\boldsymbol{f(x)}$, a odpowiadają jej funkcję rozkładu albo dystrybuantę przez $\boldsymbol{F(x)}$. Krzywa ciągła rozkładu normalnego powstaje ze strumienia wartości albo histogramu skończonej próby losowej przy założeniu, że mająca rozkład normalny populacja generalna zawiera nieskończenie wiele wartości pomiarowych.

$$f(x) = \varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{dla} \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

Dystrybuanta rozkładu normalnego F(x) jest tworzona na podstawie danych empirycznych. Strumień wartości ukazuje częstotliwość wystąpienia poszczególnych wyników, a w postaci graficznej jest ilustracją **jak często występuje dana wartość x.** Zebrane w klasy wartości tworzą diagram częstotliwości albo histogram, na który zostaje nałożona teoretyczna wartość funkcja gęstości.



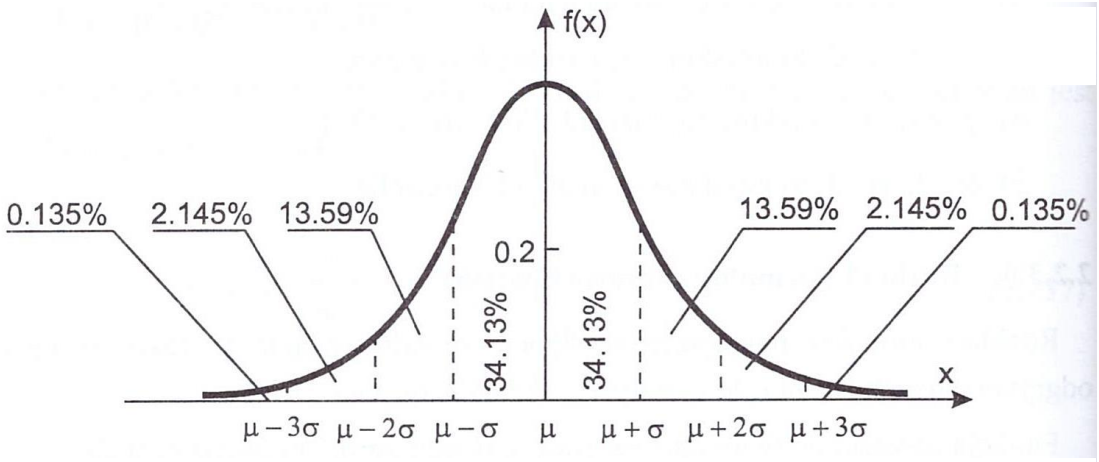
$$E(X) = \mu, \qquad D^2(X) = \sigma^2$$

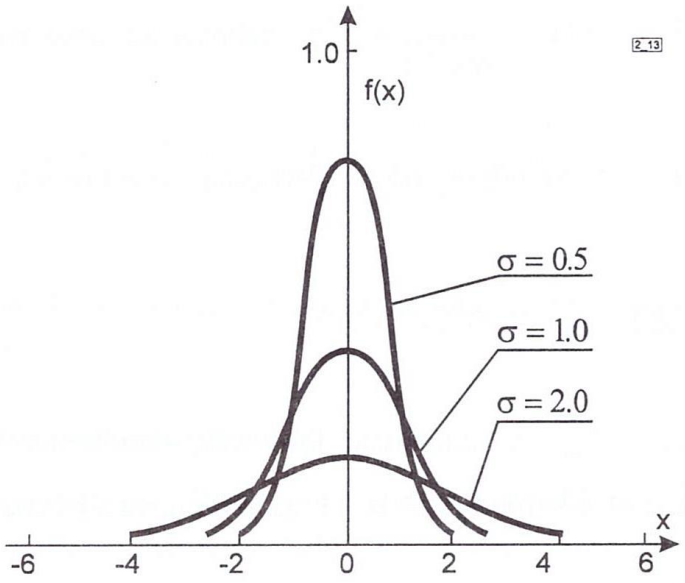
Parametry $\boldsymbol{\mu}$ *oraz* $\boldsymbol{\sigma}$ - wartość oczekiwana i odchylenie standardowe.

S - odchylenie standardowe danych empirycznych.

Jej kształt wynika z wyliczonej wartości średniej i odchylenia standardowego. **Częstotliwości** występowania wartości, zsumowane z histogramu, tworzą linię schodkową sumowań wartości empirycznych. Sumowanie funkcji rozkładu daje krzywą teoretyczną zwaną dystrybuantą, do której dąży krzywa schodkowa.

Średnią arytmetyczną z próby losowej oznacza się przez $\bar{\boldsymbol{x}}$, natomiast wartość oczekiwaną w populacji generalnej przez (parametr ten jest z reguły nieznany) przez $\boldsymbol{E(X) = \mu}$**.** Wariancja ma postać: $\boldsymbol{D^2(\mathrm{X}) = \sigma^2}$





Przykłady wykresów gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego [14]

Względną miarą rozrzutu wokół wartości zmiennej losowej jest **współczynnik zmienności:**

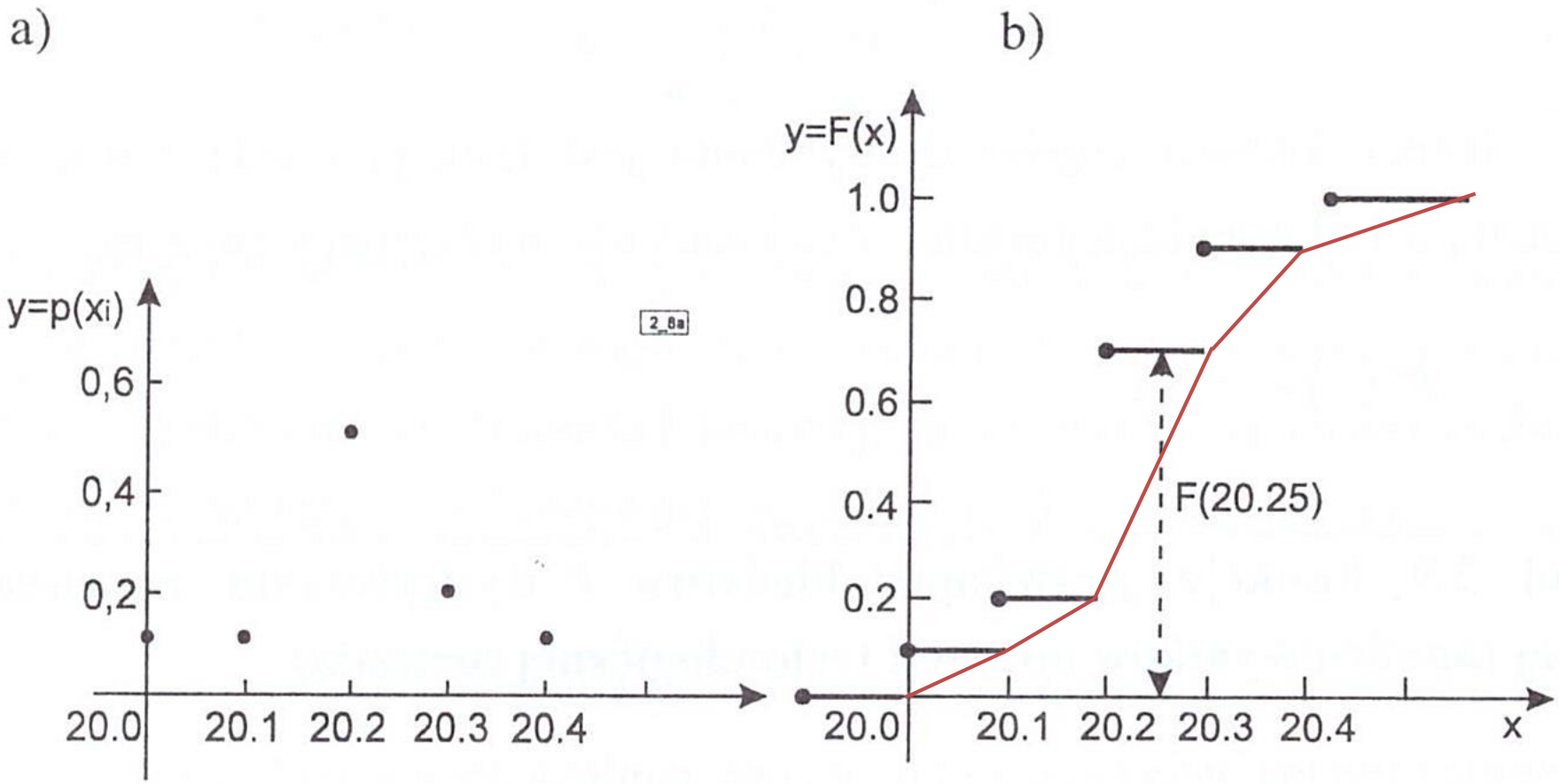
$$\boldsymbol{V(X) = \frac{D(X)}{E(X)}}$$

W zastosowaniach praktycznych korzysta się często z **rozkładu normalnego standaryzowanego (**unormowanego).
Zmienna standaryzująca ma postać:

$$\boldsymbol{u_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}}$$

$$F(u) = \Phi_0(u) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\,du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}u^2}\,du$$

Powierzchnia pod krzywą unormowanego rozkładu normalnego, tzn. suma prawdopodobieństw od $-\infty$ do $+\infty$ wynosi $\boldsymbol{F(u) = 1}$ i jest opisana matematycznie jako całka z gęstości prawdopodobieństw. Dla określonych odciętych w tablicach statystycznych są podawane wartości pola pod krzywą rozkładu normalnego standaryzowanego.



Zmienna skokowa [14]: a) wykres funkcji rozkładu prawdopodobieństwa; b) wykres dystrybuanty

Wiele metod statystycznych zakłada pochodzenie wartości z populacji o rozkładzie normalnym. Udowodnienie tego założenia (w sensie prawdopodobieństwa jego wystąpienia) wymaga weryfikacji hipotezy o normalności rozkładu, a więc skorzystania z odpowiedniego testu statystycznego, jak np. :

- test zgodności χ^2 , dla $\mathrm{n} > 50$
- test d'Agostino, dla $50 \leq n \leq 1000$
- test Eppsa-Pulleya, dla $8 \leq n \leq 200$
- test Shapiro-Wilka, dla $3 \leq n \leq 50$
- rozszerzony test Shapiro-Wilka w przypadku małej liczności próbek.

Korzystanie z tych testów wymaga sięgnięcia do odpowiednich tablic statystycznych, czy też skorzystania z pakietów w programach komputerowych, np.: Statistica, Matlab.

Specyfika badań ankietowych uzasadnia zastosowanie do oceny zgodności opinii ekspertów **współczynnika konkordancji Kendalla-Smitha,** zwanym **współczynnikiem Kendalla**. Przyjmuje on wartość: $W < 0,1 >$ (od 0 do 1). Im ta wartość jest większa, tym zgodność opinii ekspertów jest większa. Współczynnik konkordancji jest określany w zależności od liczby ekspertów biorących udział w badaniach i liczby czynników ocenianych przez ekspertów.

W literaturze [15] są podane następujące stopnie zgodności współczynnika konkordancji Kendalla:

- zgodność dostateczna: W = 0,20 - 0,40
- zgodność dobra: W = 0,41 - 0,60
- zgodność plus dobra: W = 0,61 - 0,80
- zgodność bardzo dobra: W = 0,81 - 0,95
- zgodność idealna: W = 0,91 - 1,00

Podstawowe pojęcia z zakresu logiki rozmytej [3]

Zmienna lingwistyczna *(linguistic varaiable)* jest to wielkość wejściowa, wyjściowa lub zmienna stanu, którą ocenia się za pomocą pojęć lingwistycznych, zwanych wartościami lingwistycznymi. W praktyce zmienne lingwistyczne są także oceniane w sposób mieszany, tj. za pomocą wartości lingwistycznych i liczb rozmytych.

Wartość lingwistyczna *(linguistic value)* jest słowną oceną wielkości lingwistycznej, np. bardzo, duży, mały, średni, mały, średni, duży, ujemny, dodatni, stary, nowy wysoki, niski, itp.

Liczby rozmyte *(fuzzy numbers)* można zastosować np. do podejmowania decyzji, modelowania systemu o znanym, jednoznacznym odwzorowaniu wejścia wyjście, , gdy sygnały wejściowe nie mogą być podane (zmierzone) precyzyjnie, lecz jedynie w sposób przybliżony, np. koszt około 1000 zł, czas trwania inwestycji nie dłuższy niż 12 miesięcy, itp.

Do pomiaru zmiennych systemu za pomocą liczb rozmytych niezbędne są dane z urządzeń pomiarowych. W przypadku korzystania z wartości lingwistycznych, ocena jest dokonywana przez ekspertów.

Przestrzeń lingwistyczna *(linguistic term-set)* jest zbiorem wszystkich wartości lingwistycznych, stosowanych do oceny danej zmiennej lingwistycznej. Przestrzeń ta jest oznaczana dużymi literami łacińskimi, np.:

$$\boldsymbol{X_L = \{mały, średni, duży = \{x_{L1}, x_{L2}, x_{L3}\}}$$

$$\boldsymbol{Y_L = \{wysoka, niska\} = \{y_{L1}, y_{L2}\}}$$

Przestrzeń lingwistyczna jest zbiorem skończenie wymiarowym.

Funkcja przynależności *(membership function)* i **stopień przynależności** *(grade of membership)* odzwierciedlają na obiektach z przestrzeni rozważań uporządkowanie wprowadzone przez skojarzenie ze zbiorem pewnej właściwości. Wartość funkcji przynależności na danym elemencie określa stopień jego przynależności do tego zbioru

$$\boldsymbol{\mu_A(x): X \to [0,1], \forall x \in X}$$

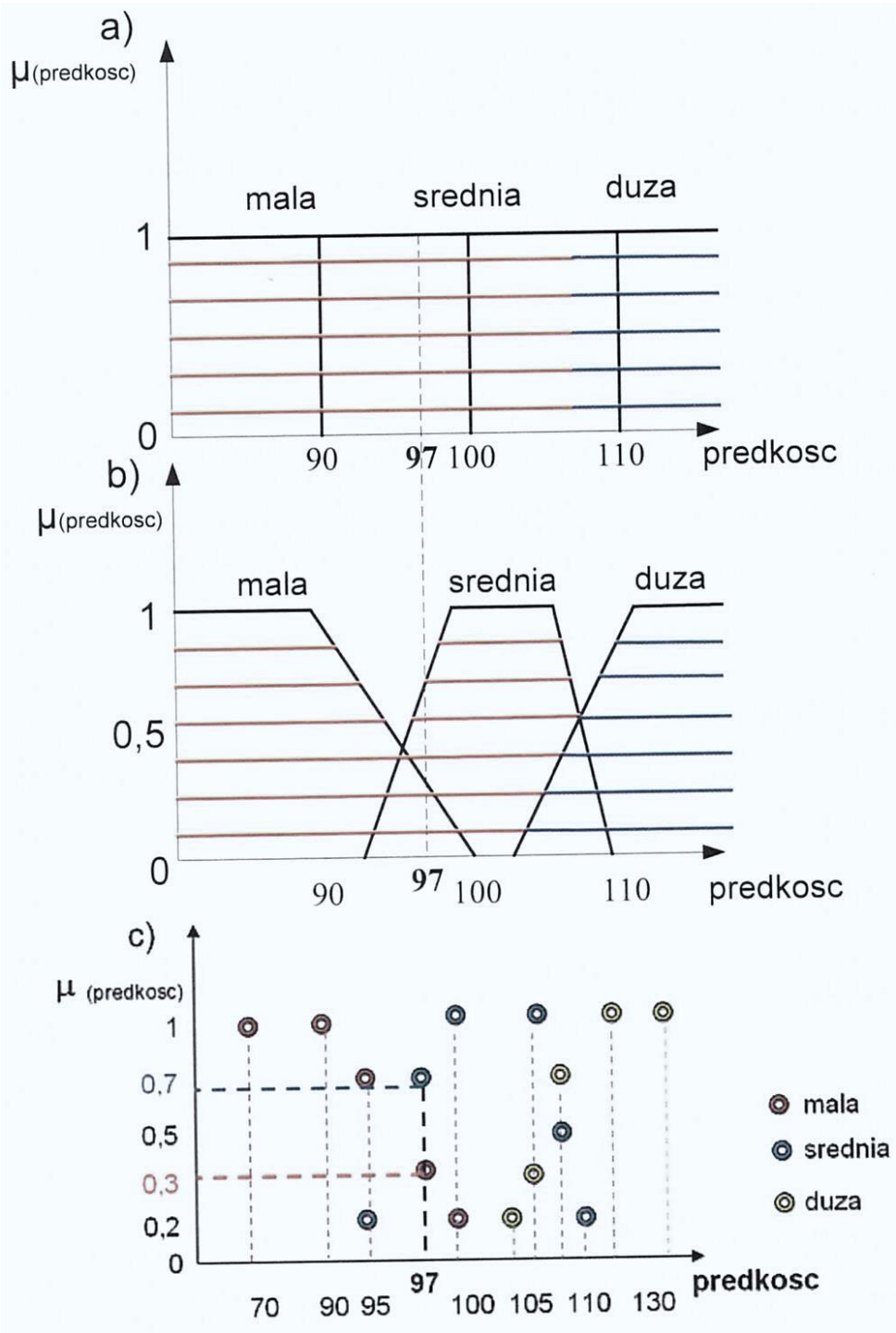
Funkcja przynależności może być wyrażona w postaci:

- diagramu (ciągłego lub dyskretnego), graficznie;
- wzoru matematycznego;
- tabeli (przykład na podstawie rysunku);
- wektora przynależności: , przy czym kolejność wszystkich – elementów jest ściśle ustalona;
- sumy lub całki;

Stopień przynależności jest informacją, jak daleko element ***x*** jest oddalony od podzbioru ***X***. **Przynależność jest liczbą rzeczywistą z przedziału 0 – 1.**

Funkcja przynależności wyrażona w postaci tabelarycznej

$x \in X$	$x_1 = 95$	$x_2 = 97$	$x_3 = 100$	$x_4 = 105$	$x_5 = 107$	$x_6 = 110$
$\mu_{średnia}(x)$	0,2	0,7	1	1	0,7	0,2



Przykłady rozkładów funkcji przynależności:

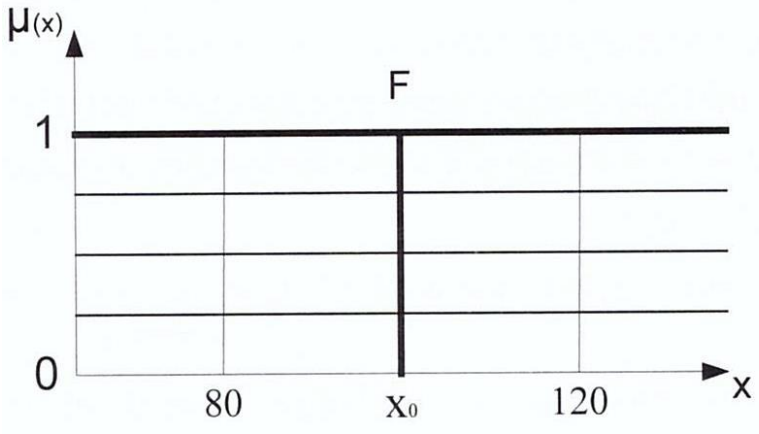
a) w postaci ciągłej – system przynależności ostrej;

b) w postaci ciągłej – system rozmyty;

c) w postaci dyskretnej – system rozmyty

Najczęściej używane funkcje przynależności to:

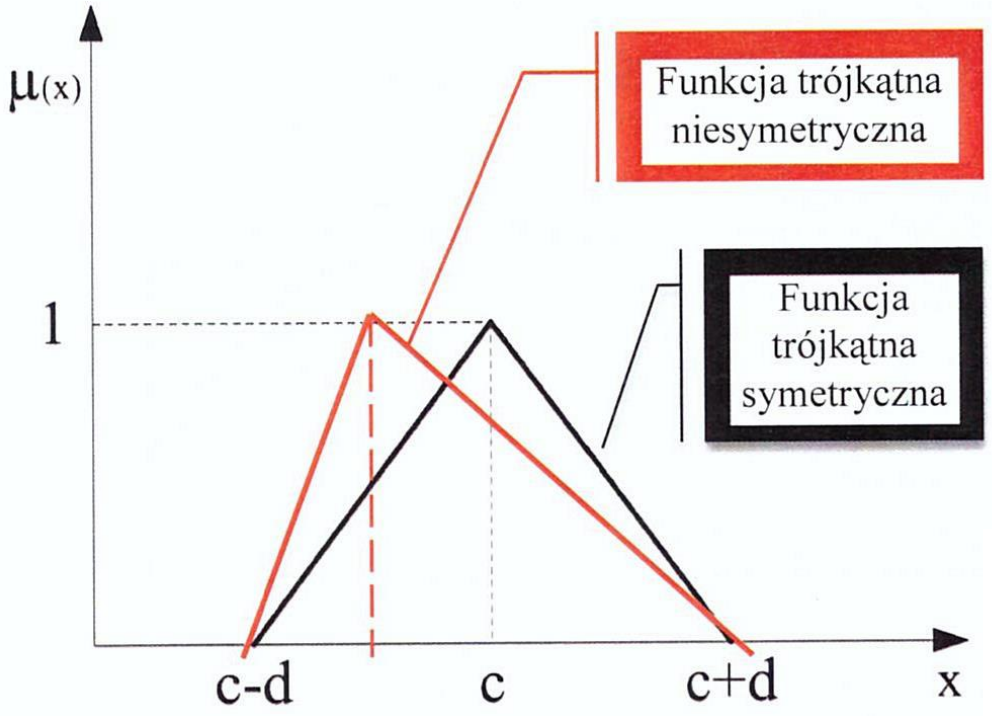
- Singleton, dla którego funkcja przynależności przyjmuje postać:



$$\mu_A(x)=1 \qquad dla\ x=x_0$$

$$\mu_A(x)=0 \qquad dla\ x\neq x_0$$

- Trójkąt, dla którego funkcja przynależności przyjmuje postać:



$$\mu_A(x)=\left\{1-\frac{|x-c|}{d}\right.$$

dla $x \in [c-d,\ c+d]$

$\mu_A(x) = 0$ poza tym przedziałem

Funkcja przynależności typu „Trójkąt”.

W punkcie centralnym „c” funkcja przyjmuje wartość „1”, natomiast parametr „d” charakteryzuje szerokość trójkątnej funkcji przynależności.

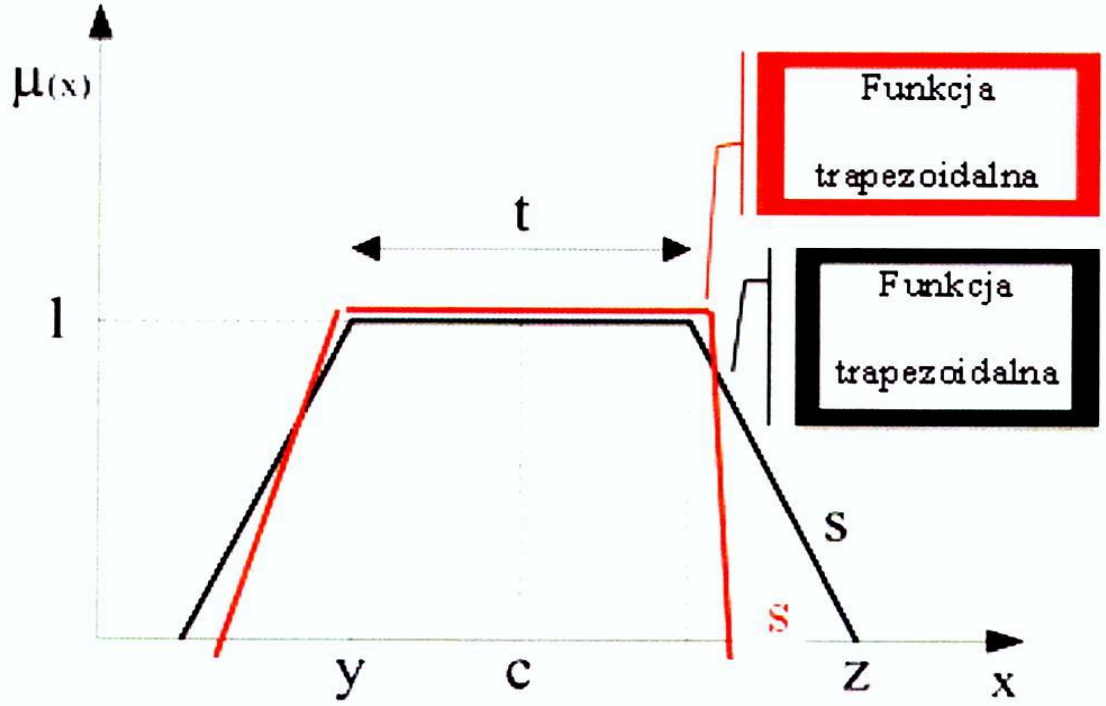
Funkcja przynależności typu Trapez jest opisana zależnościami:

$$\mu_A(x_i) = 0 \quad \text{dla} \quad x>z \text{ lub } x<y$$

$$\mu_A(x_i) = 1 \quad \text{dla} \quad c - \frac{t}{2} \le x \le c + \frac{t}{2}$$

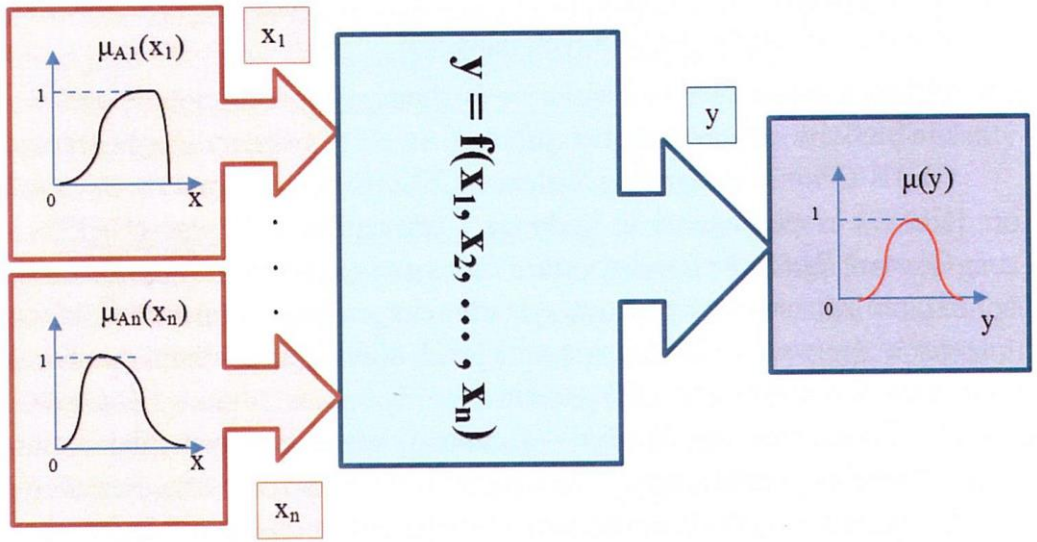
$$\mu_A(x_i) = s(z-x) \quad \text{dla} \quad c + \frac{t}{2} \le x \le z$$

$$\mu_A(x_i) = s(x-y) \quad \text{dla} \quad y \le x \le c - \frac{t}{2}$$



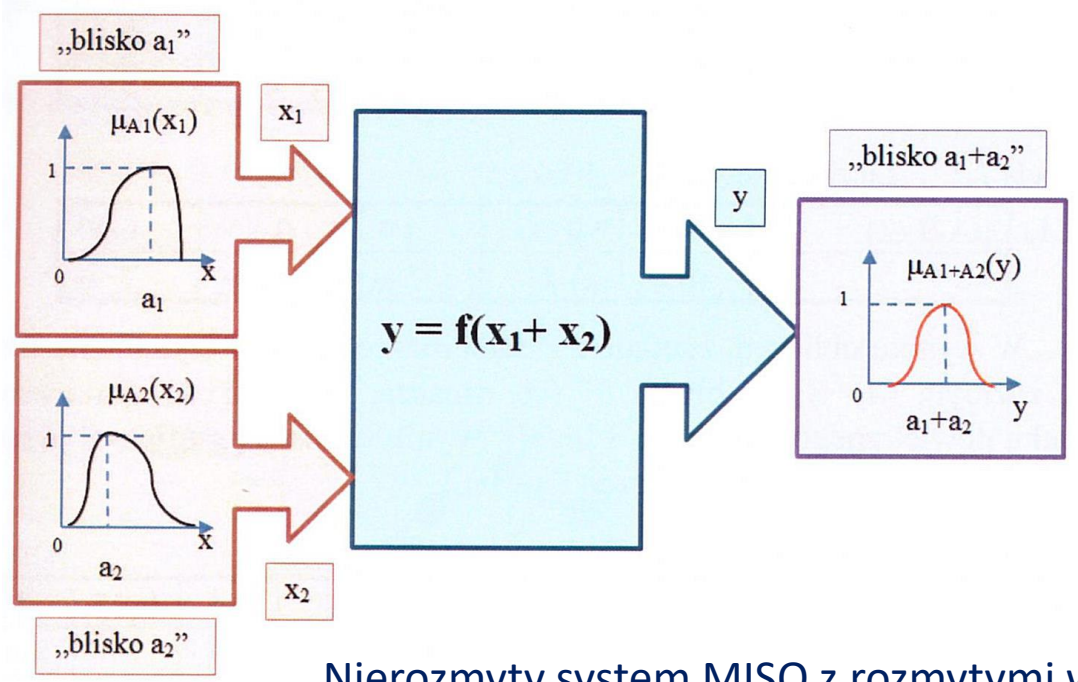
$$y = c - \frac{t}{2} - \frac{1}{s}; \quad z = c + \frac{t}{2} + \frac{1}{s}$$

gdzie: s określa wartość nachylenia boku trapezu



Na liczbach i zbiorach rozmytych można wykonywać również działania matematyczne. Należy wówczas zastosować rozszerzenie tych operacji do liczb nierozmytych. Rozszerzenie to jest nazywane rozszerzeniem Zadeha – przykład: wersja systemu **MISO** *(**M**any **I**mput – **S**ingle **O**utput),* wiele wejść - jedno wyjście.

Nierozmyty system MISO z rozmytymi wejściami i wyjściem



Nierozmyty system MISO z rozmytymi wejściami i wyjściem, realizujący dodawanie dwóch liczb rozmytych

Zalety wielokątnych funkcji przynależności:

- mała ilość danych jest potrzebna do zdefiniowana funkcji przynależności;
- umożliwiają spełnienie warunku pokrywania się do wartości „1”, co oznacza, że suma stopni przynależności dla każdej wartości x równa się 1;
- umożliwiają uzyskanie odwzorowania wejścia wyjście modelu będącego hiperpowierzchnią złożoną z liniowych segmentów;
- umożliwiają łatwą modyfikację parametrów (wartości modalnych) funkcji przynależności na bazie wartości pomiarów wejścia wyjście systemu.

Wadą wielokątnych funkcji przynależności jest ich nieciągłość i nieróżniczkowalność. W doborze funkcji przynależności należy kierować się zasadą, że przy małej ilości informacji o systemie należy stosować najprostsze funkcje, złożone z odcinków prostych, ponieważ do identyfikacji ich parametrów wystarczy niewielka ilość informacji.

Przy dużej ilości informacji o systemie należy stosować złożone funkcje, definiowane większą ilością parametrów, np. **funkcje gaussowskie lub wielomianowe, prze co można uzyskać większą dokładność modelu**. Na liczbach i zbiorach rozmytych można wykonywać działania matematyczne, tj.: dodawanie , odejmowanie, mnożenie, dzielenie.

Biorąc pod uwagę merytoryczne aspekty podejmowania decyzji menedżerskich, do analizy wyników często są stosowane funkcje przynależności typu „trójkąt”.

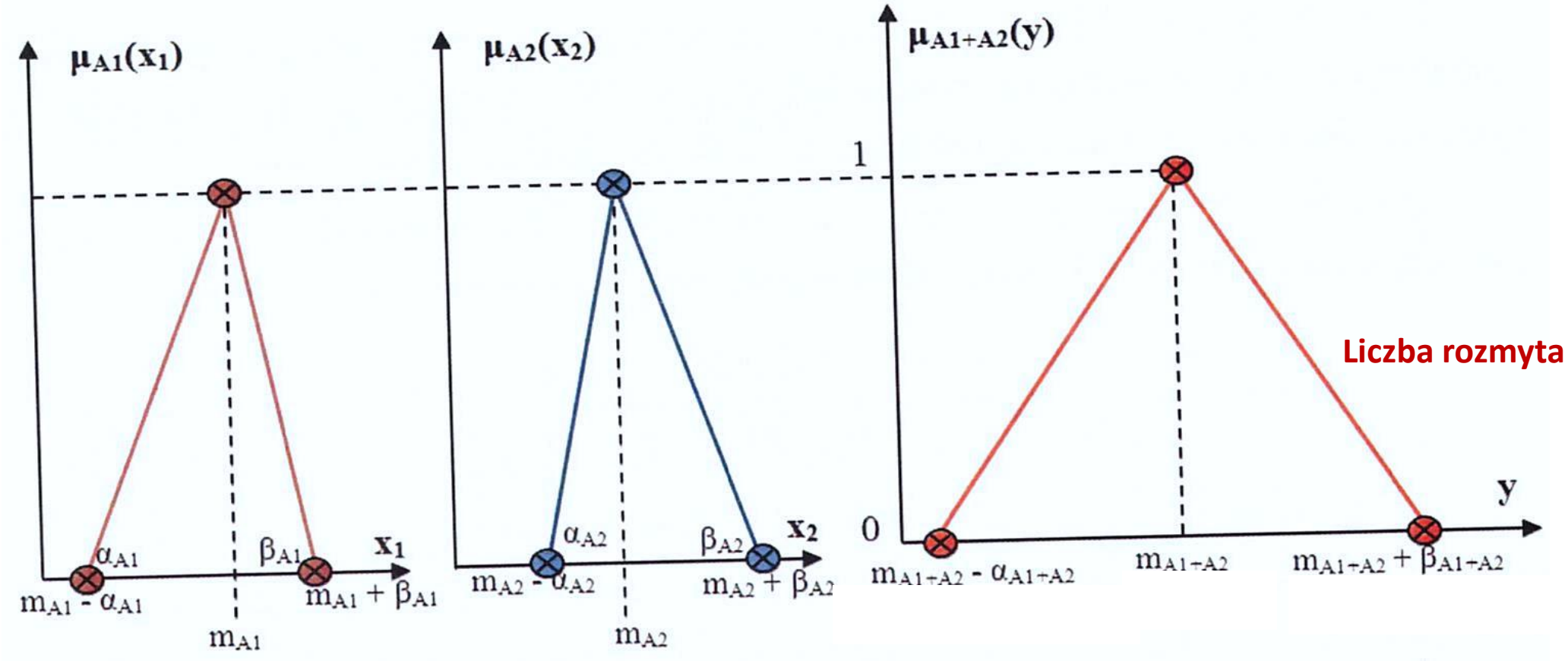
Zostaną rozważone dwa przypadki, a mianowicie:

- przypadek I - decyzje oraz **są zbiorami rozłącznymi;**
- przypadek II – decyzje A oraz B **mają wspólną część** (nie są to więc zbiory rozłączne).

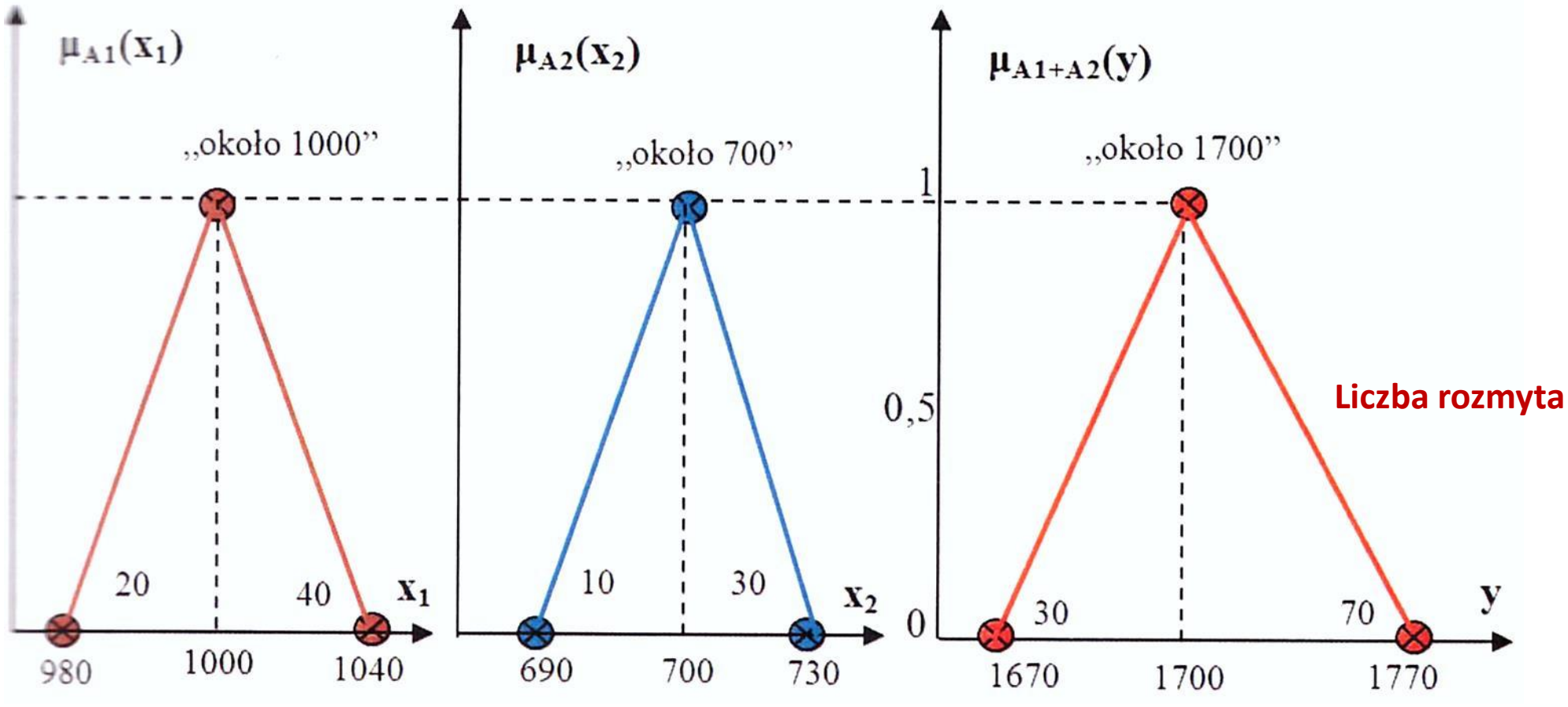
Przypadek I - decyzje oraz są zbiorami rozłącznymi. Decyzje oraz są określone za pomocą parametrów

$$\alpha_{A1+A2} = \alpha_{A1} + \alpha_{A2}$$
$$\beta_{A1+A2} = \beta_{A1} + \beta_{A2}$$

$$A_1 = (m_{A1}, \alpha_{A1}, \beta_{A1})$$
$$A_2 = (m_{A2}, \alpha_{A2}, \beta_{A2})$$
$$(A_1 + A_2) = (m_{A1} + m_{A2}, \alpha_{A1} + \alpha_{A2}, \beta_{A1} + \beta_{A2})$$



Parametry charakterystyczne sumy dwóch liczb rozmytych



Parametry charakterystyczne sumy dwóch liczb rozmytych (A1 + A2)

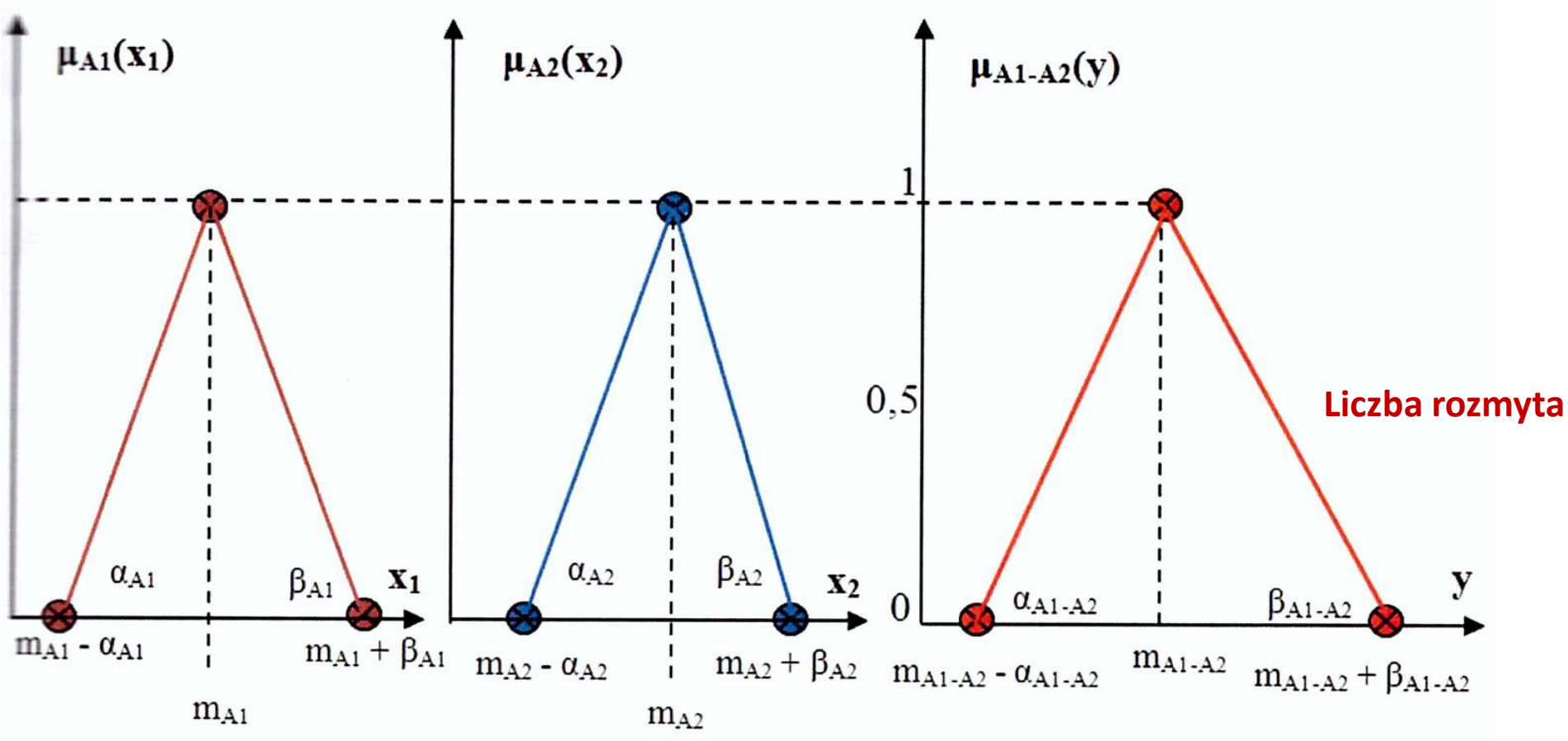
$$\begin{cases} m_{A1} = 1000, & m_{A2} = 700 \\ \alpha_{A1} = 20, & \alpha_{A2} = 10 \\ \beta_{A1} = 40, & \beta_{A2} = 30 \end{cases}$$

Przykład: *(A1 + A2)* = (1000, 20, 40 + (700, 10, 70) = (1700, 30, 70) co oznacza, że **decyzja wynosi ok. 1700**

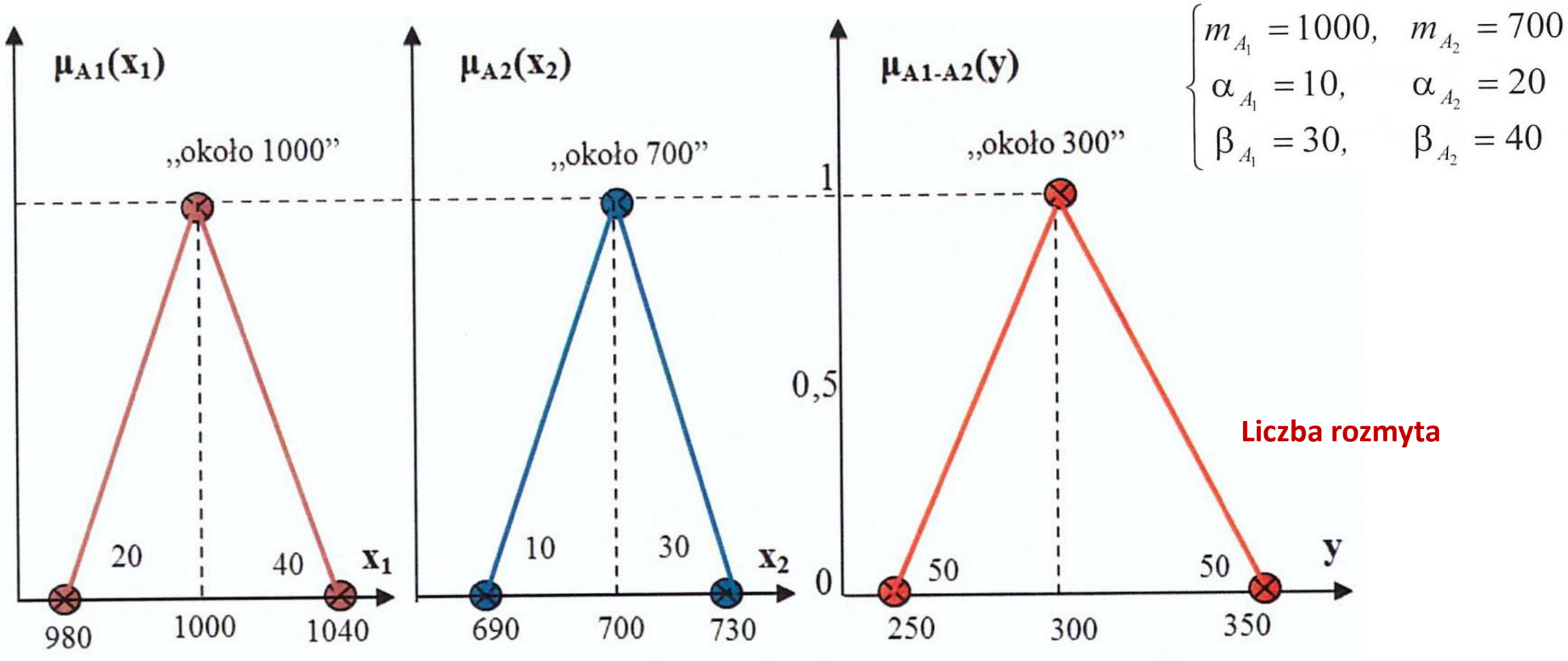
Przypadek I - decyzje oraz są zbiorami rozłącznymi. Decyzje oraz są określone za pomocą parametrów:

$$\alpha_{A_1-A_2} = \alpha_{A_1} + \beta_{A_2}$$
$$\beta_{A_1-A_2} = \alpha_{A_2} + \beta_{A_1}$$

$$(A_1 - A_2) = (m_{A_1} - m_{A_2}, \alpha_{A_1} + \beta_{A_2}, \alpha_{A_2} + \beta_{A_1})$$

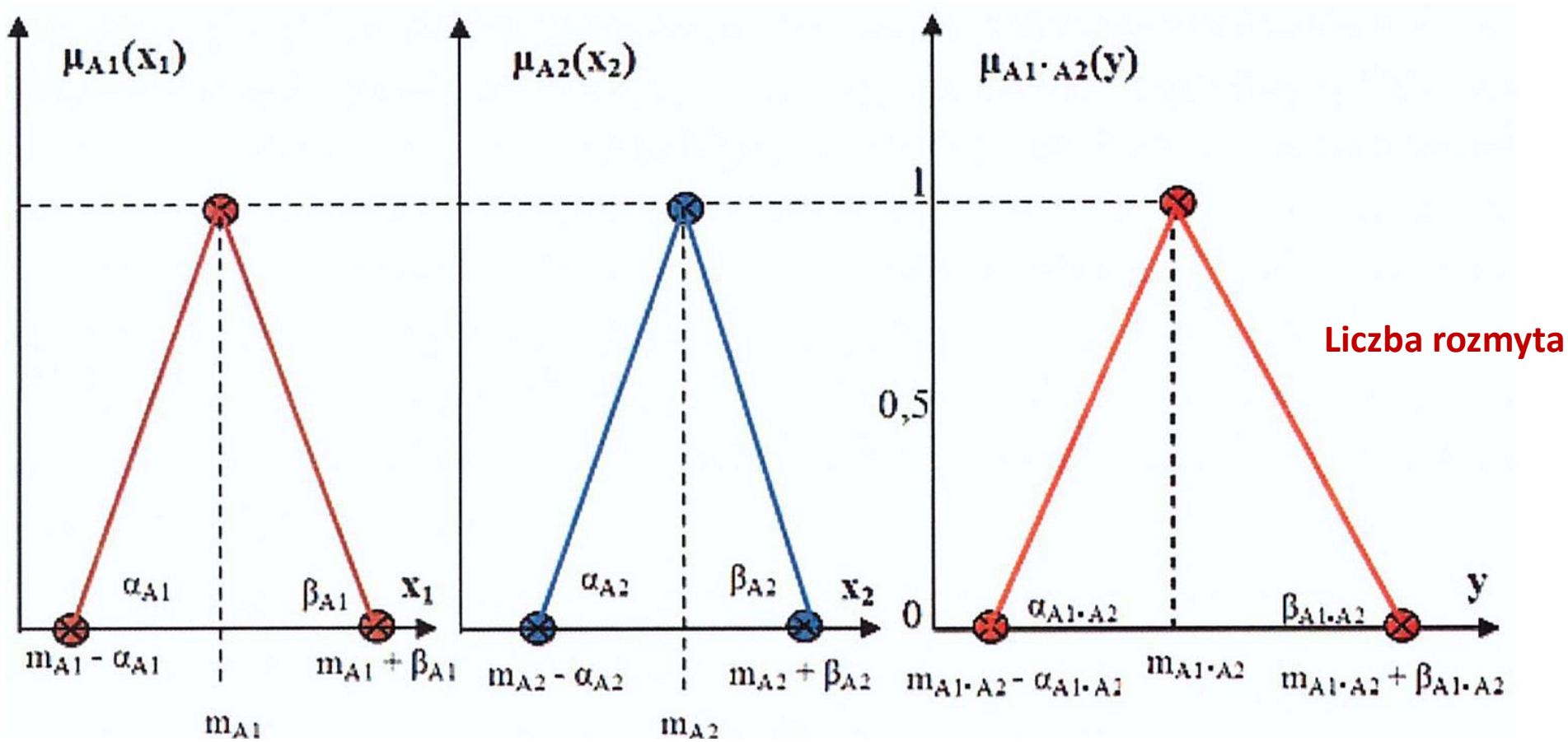


Parametry charakterystyczne różnicy dwóch liczb rozmytych



Parametry charakterystyczne różnicy liczb rozmytych (A1 - A2)

Przykład: *(A1 - A2)* = (1000, 10, 30 - (700, 20, 40) = (300, 50, 50) co oznacza, że **decyzja wynosi ok. 300**



$$\alpha_{A_1 \cdot A_2} = m_{A_1}\alpha_{A_2} + m_{A_2}\alpha_{A_1} - \alpha_{A_1}\alpha_{A_2}$$

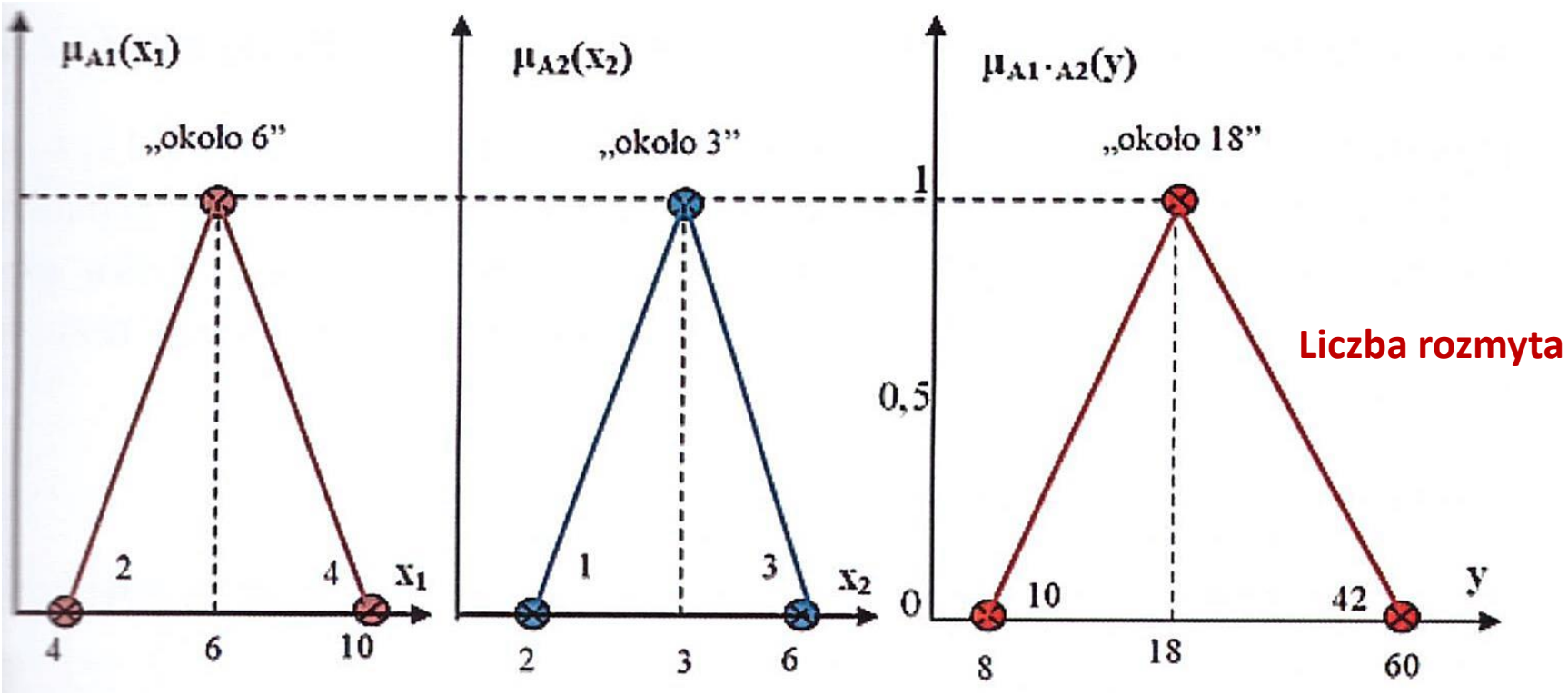
$$\beta_{A_1 \cdot A_2} = m_{A_1}\beta_{A_2} + m_{A_2}\beta_{A_1} - \beta_{A_1}\beta_{A_2}$$

$$(A_1 \cdot A_2) = \left(m_{A_1} \cdot m_{A_2},\ m_{A_1}\alpha_{A_2} + m_{A_2}\alpha_{A_1} - \alpha_{A_1}\alpha_{A_2},\ m_{A_1}\beta_{A_2} + m_{A_2}\beta_{A_1} + \beta_{A_1}\beta_{A_2}\right) \quad dla \quad A_1 > 0,\ A_2 > 0$$

Parametry i wzory do wyznaczenia iloczynu dodatnich liczb rozmytych

Przykład mnożenia dodatnich liczb rozmytych:

$$\begin{cases} m_{A_1} = 6, & m_{A_2} = 3 \\ \alpha_{A_1} = 2, & \alpha_{A_2} = 1 \\ \beta_{A_1} = 4, & \beta_{A_2} = 3 \end{cases}$$

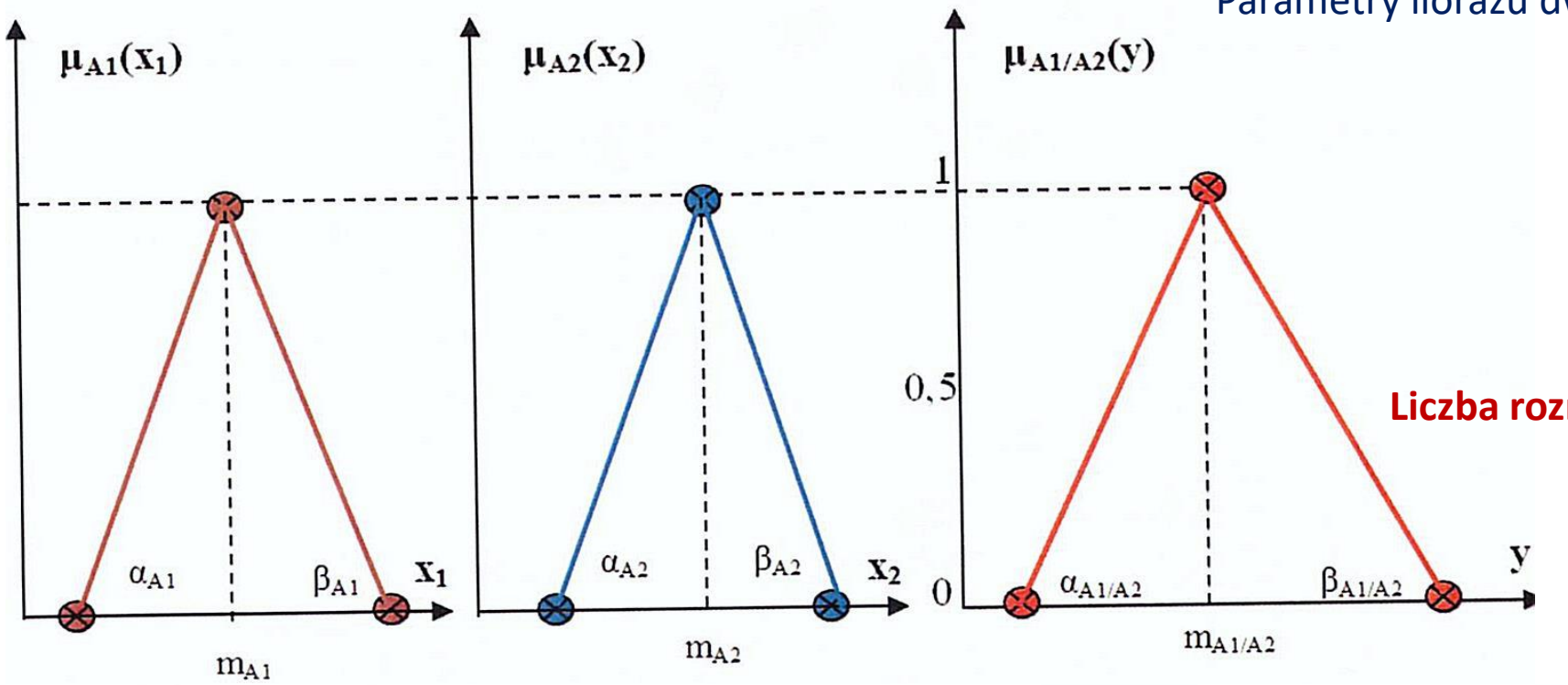


() = (6, 2, 4) (3, 1, 3) = 18, 6 + 6 – 2, 18 + 12 + 12) = (18, 10, 42), co oznacza, że wynik wynosi ok.18.

Oprócz iloczynu dwóch dodatnich liczb rozmytych występują również operacje mnożenia:

- liczb rozmytych o różnych znakach;
- liczb ujemnych;
- zer rozmytych;
- liczb o nieokreślonym znaku (liczb dowolnych)

Parametry ilorazu dwóch liczb rozmytych



Liczba rozmyta

$$m_{A_1/A_2} = m_{A_1} / m_{A_2}$$

$$m_{A_1/A_2} - \alpha_{A_1/A_2} = (m_{A_1} - \alpha_{A_1})/(m_{A_2} + \beta_{A_2})$$

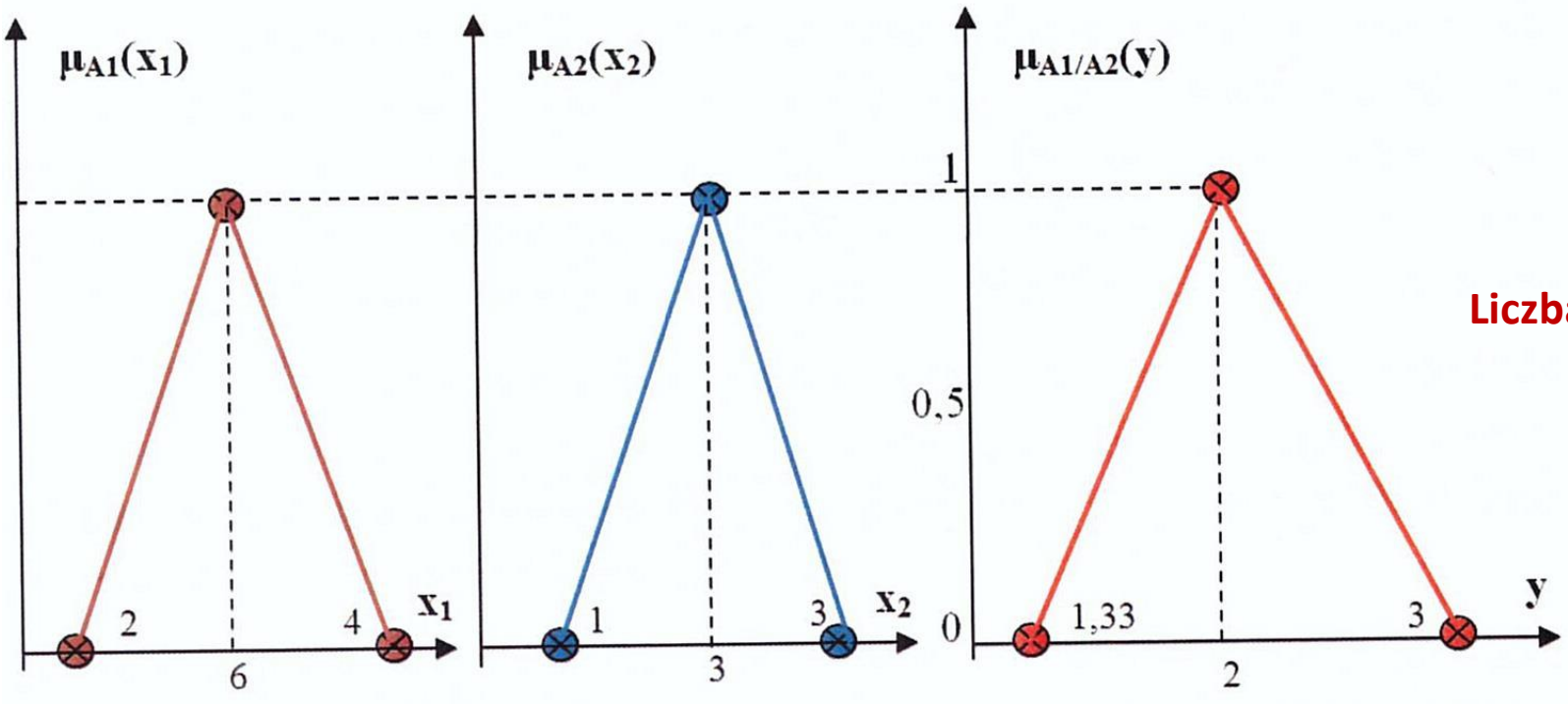
$$m_{A_1/A_2} + \beta_{A_1/A_2} = (m_{A_1} - \beta_{A_1})/(m_{A_2} + \alpha_{A_2})$$

$$\alpha_{A_1/A_2} = \frac{m_{A_1}\beta_{A_2} + m_{A_2}\alpha_{A_1}}{m_{A_2}\left(m_{A_2} + \beta_{A_2}\right)}, \qquad m_{A_2} \neq 0$$

$$\beta_{A_1/A_2} = \frac{m_{A_1}\alpha_{A_2} + m_{A_2}\beta_{A_1}}{m_{A_2}\left(m_{A_2} - \alpha_{A_2}\right)}, \qquad m_{A_2} \neq 0$$

$$(A_1/A_2) \approx \left[\frac{m_{A_1}}{m_{A_2}}, \frac{m_{A_1}\beta_{A_2} + m_{A_2}\alpha_{A_1}}{m_{A_2}\left(m_{A_2} + \beta_{A_2}\right)}, \frac{m_{A_1}\alpha_{A_2} + m_{A_2}\beta_{A_1}}{m_{A_2}\left(m_{A_2} - \alpha_{A_2}\right)}\right], A_1 \neq 0, A_2 \neq 0$$

Przykład: wynik ilorazu dwóch dodatnich liczb rozmytych



Liczba rozmyta

$$\begin{cases} m_{A_1} = 6, & m_{A_2} = 3 \\ \alpha_{A_1} = 2, & \alpha_{A_2} = 1 \\ \beta_{A_1} = 4, & \beta_{A_2} = 3 \end{cases}$$

Szczegółowe informacje na temat operacji matematycznych na liczbach rozmytych zawiera publikacja: Piegat A.; *Modelowanie i sterowanie rozmyte.* Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 1999.

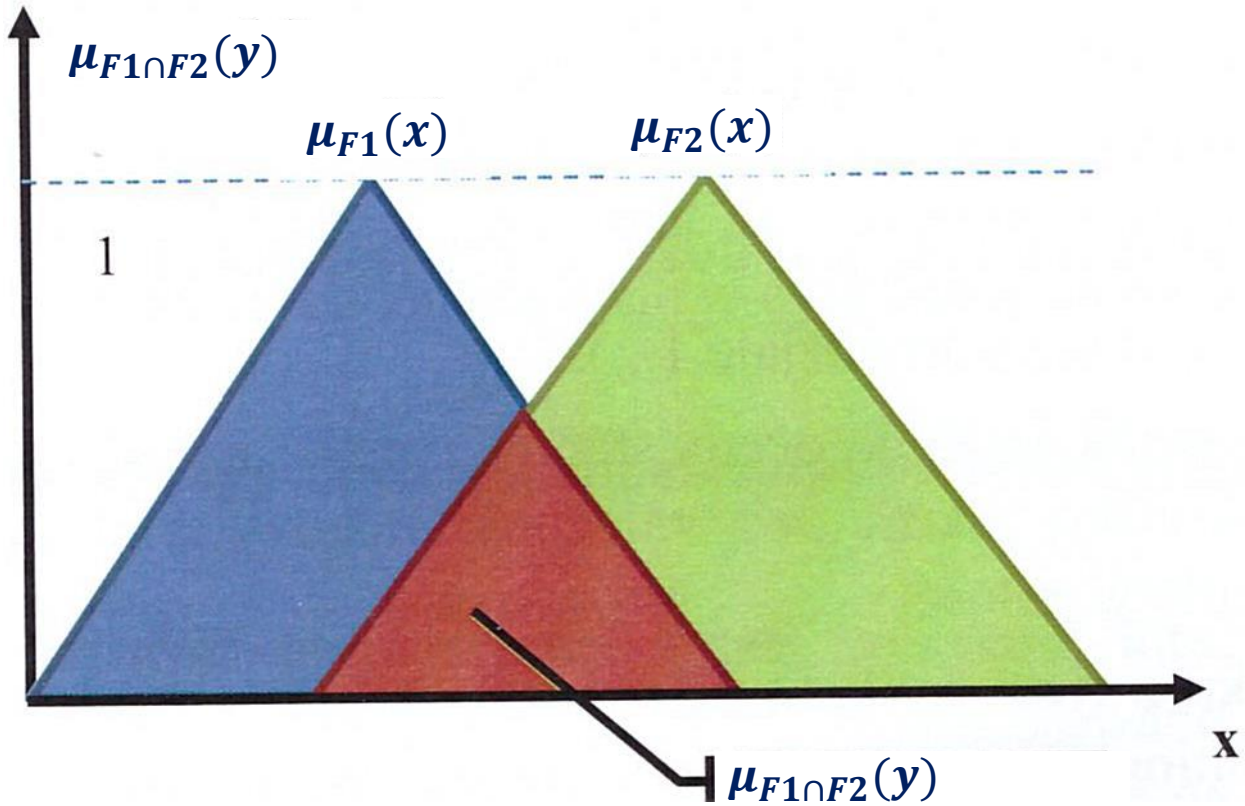
$$(A_1 / A_2) \approx \left[\frac{6}{3}, \frac{18+6}{3(3+3)}, \frac{6+12}{3(3-1)}\right] \approx \left(\frac{6}{3}, \frac{24}{18}, \frac{18}{6}\right)$$

$$m_{A_1/A_2} = \frac{6}{3} = 2 \qquad \alpha = \frac{24}{18} = 1{,}33 \qquad \beta = \frac{18}{6} = 3$$

Głównymi elementami zbiorów rozmytych są reguły logiczne typu: **JEŻELI …. TO**

PRZECIĘCIE – ILOCZYN LOGICZNY (decyzje oraz są zbiorami nierozłącznymi):

Interpretacja graficzna operacji przecięcia dwóch zbiorów rozmytych



Otrzymany wyniku przecięcia się zbiorów $F_1 i\ F_2$ **zbiór *U*** jest również zbiorem rozmytym o funkcji przynależności określonej dla wszystkich wartości

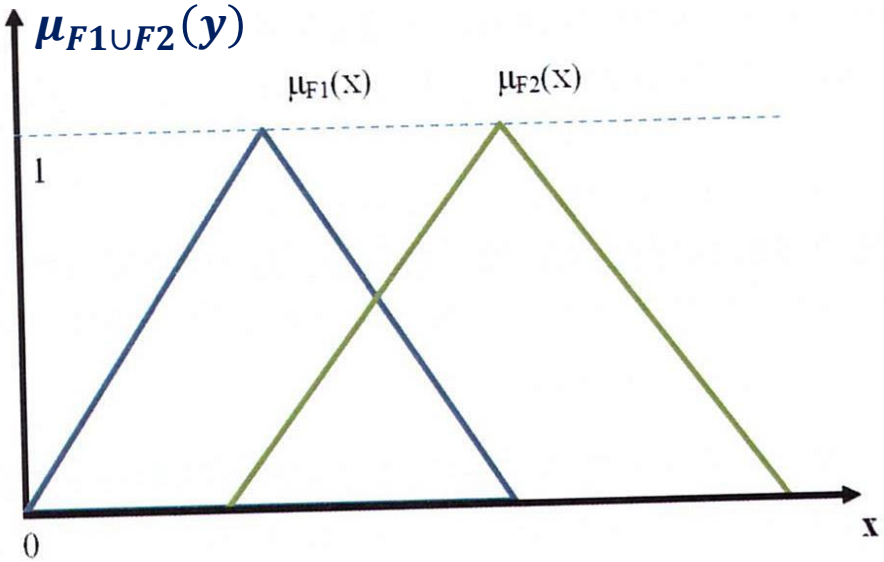
Operacja przecięcia dwóch zbiorów posiada następujące właściwości:

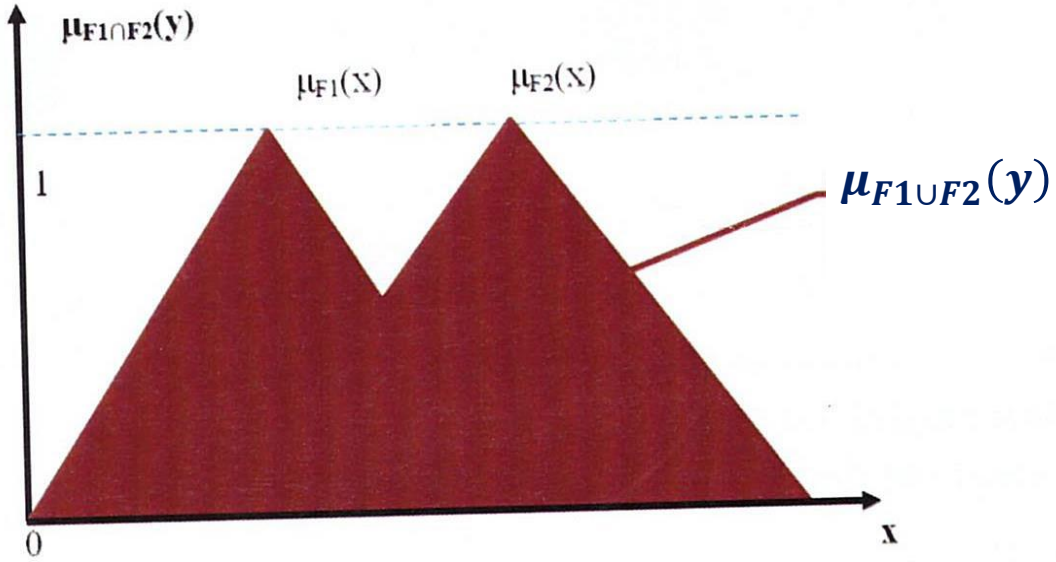
- **przemienności**, co oznacza, że kolejność zbiorów w operacji mnożenia nie wpływa na jej końcowy wynik:
$$F_1 \cap F_2 = F_2 \cap F_1$$
- **łączności**, co oznacza, że tworząc iloczyn wielu zbiorów, można obliczyć go stopniowo, na podstawie iloczynów par zbiorów, a kolejność łączenia zbiorów w pary nie ma wpływu na wynik końcowy:
$$(F_1 \cap F_2) \cap F_3 = F_2 \cap (F_1 \cap F_3)$$
- **idempotentności:** $F_1 \cap F_1 = F_1$
- **absorpcji przez zbiór pusty :** $F_1 \cap \emptyset = \emptyset$
- **identyczności:** $F_1 \cap U = F_1$; gdzie *U* jest zbiorem podstawowym
- **wyłącznej sprzeczności:** $F_1 \cap \bar{F}_1 = \emptyset$

Operacja połączenia (sumy logicznej) dwóch zbiorów rozmytych F_1 i F_2 należących do zbioru *U* jest oznaczana : $F_1 \cup F_2$ i spełnia następujące warunki:

- **przemienności:** $F_1 \cup F_2 = F_2 \cup F_1$
- **łączności:** $(F_1 \cup F_2) \cup F_3 = (F_2 \cup (F_1 \cup F_3) = F_1 \cup F_2 \cup F_3$
- **idempotentności:** $F_1 \cup F_1 = F_1$
- **absorpcji przez zbiór pusty:** $F_1 \cup \emptyset = F_1$
- **absorpcji przez zbiór podstawowy *U*:** $F_1 \cup = U$
- **połączenie ze zbiorem komplementarnym:** $F_1 \cup \bar{F}_1 = U$

Interpretacja graficzna operacji przecięcia dwóch zbiorów rozmytych





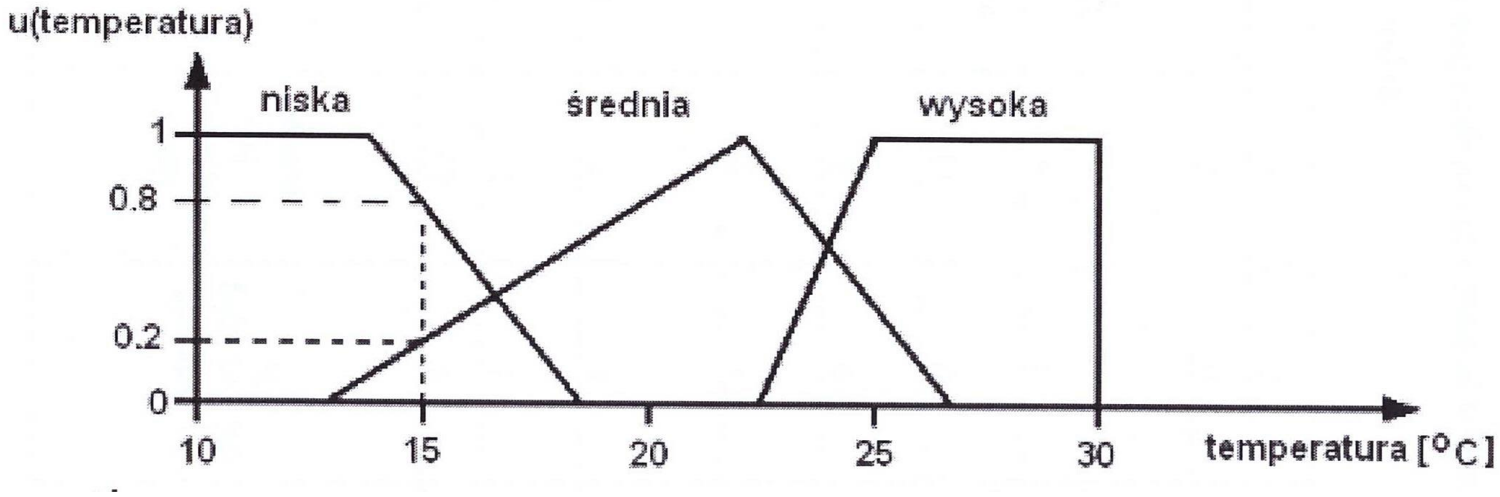
Operacja połączenia (sumy logicznej) dwóch zbiorów rozmytych F_1 i F_2 należących do zbioru U jest oznaczana $F_1 \cup F_2$

Schemat wnioskowania rozmytego

Wybrane metody wyostrzania:

- metoda środka maksimum *(Middle of Maxima);*
- metoda pierwszego maksimum *(First of Maxima);*
- metoda ostatniego maksimum *(Last of Maxima);*
- metoda środka ciężkości *(Center of Gravity).*

Przykład: rozmycie wartości wejściowej dla zmiennej lingwistycznej – temperatura = 15° $Celsjusza$



W wyniku rozmycia otrzymano wartości funkcji przynależności do trzech zbiorów - temperatura niska, średnia, wysoka:
(15) = 0,8; (15) = 0,2; (15) = 0

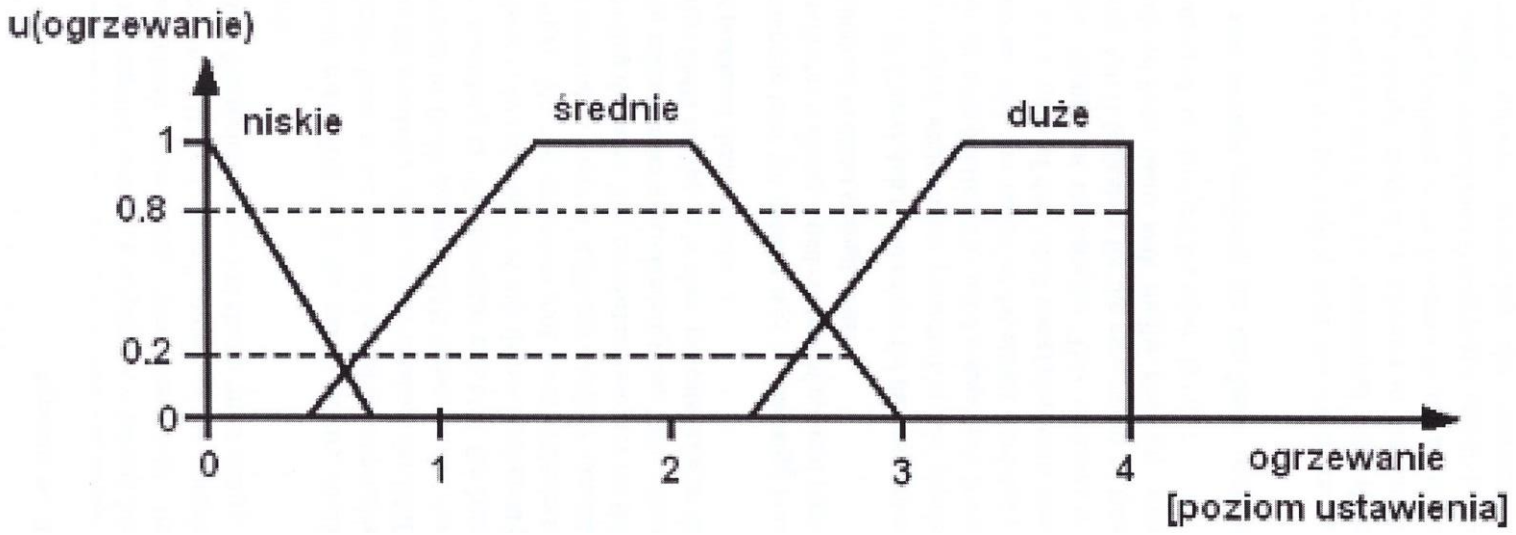
Baza reguł:

R1: Jeśli temperatura = niska To ogrzewanie = duże

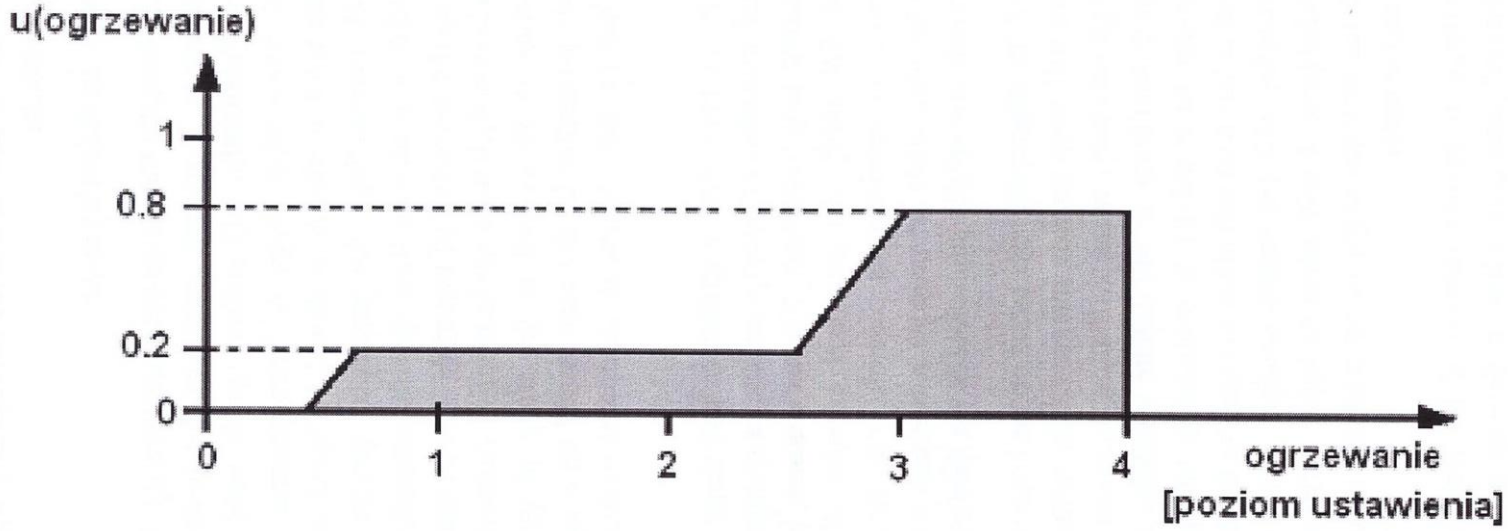
R1: Jeśli temperatura = średnia To ogrzewanie = średnie

R1: Jeśli temperatura = wysoka To ogrzewanie = niskie

Uaktywnić można tylko reguły R1 i R2



Biorąc pod uwagę konkluzje reguł obcinamy dany zbiór rozmyty do poziomu wyznaczanego przez najwyższy stopień przynależności spośród uaktywnionych reguł. W wyniku przeprowadzenia wnioskowania otrzymujemy zbiór rozmyty, który jest sumą odpowiednio obciętych zbiorów „średnie i duże”. Po zastosowaniu metody środka ciężkości wyznaczono dla tego przykładu **wartość wyjściową = 3,2**

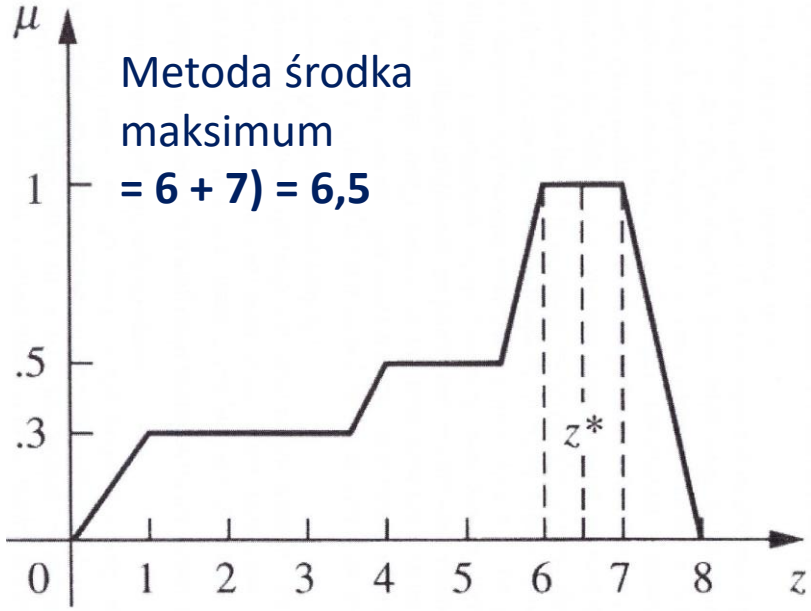


Wielkością wyjściową bloku wnioskowania będą zbiory , dla i = 1, 2, N. Wartość wynikowa „**środka zbioru rozmytego**” jest liczona ze wzorów:

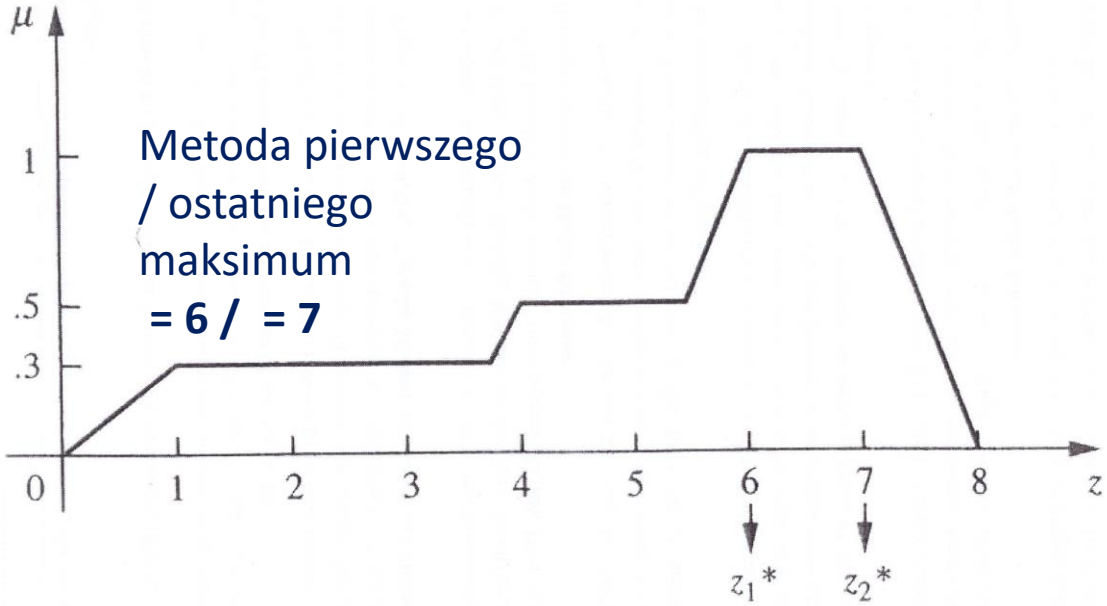
$$x_0 = \frac{\int_X x \sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(x)\, dx}{\int_X \sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(x)\, dx}$$

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(\overline{x}_i)\overline{x}_i}{\sum_{i=1}^{N} \mu_{B_i'}(\overline{x}_i)}$$

gdzie**:** jest punktem, w którym przyjmuje maksimum. Punkt ten jest środkiem zbioru rozmytego



Metoda środka maksimum
= 6 + 7) = 6,5

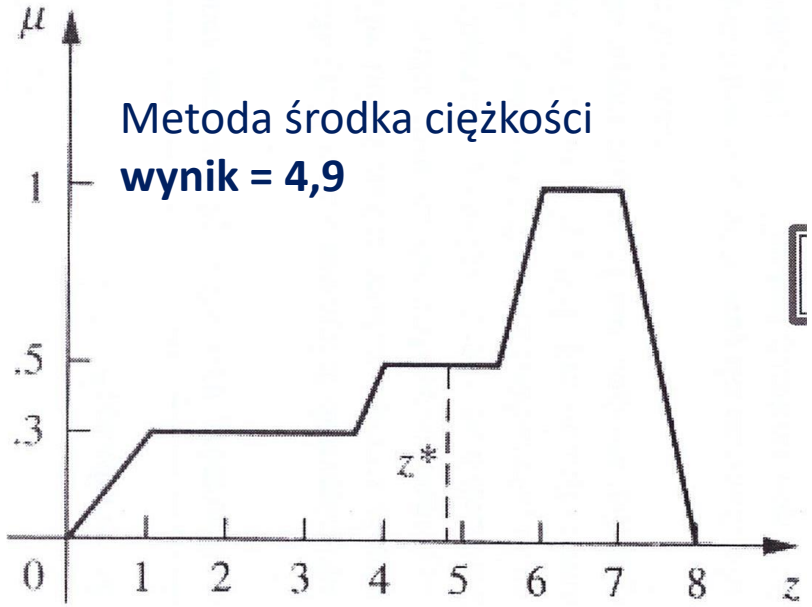


Metoda pierwszego / ostatniego maksimum
= 6 / = 7

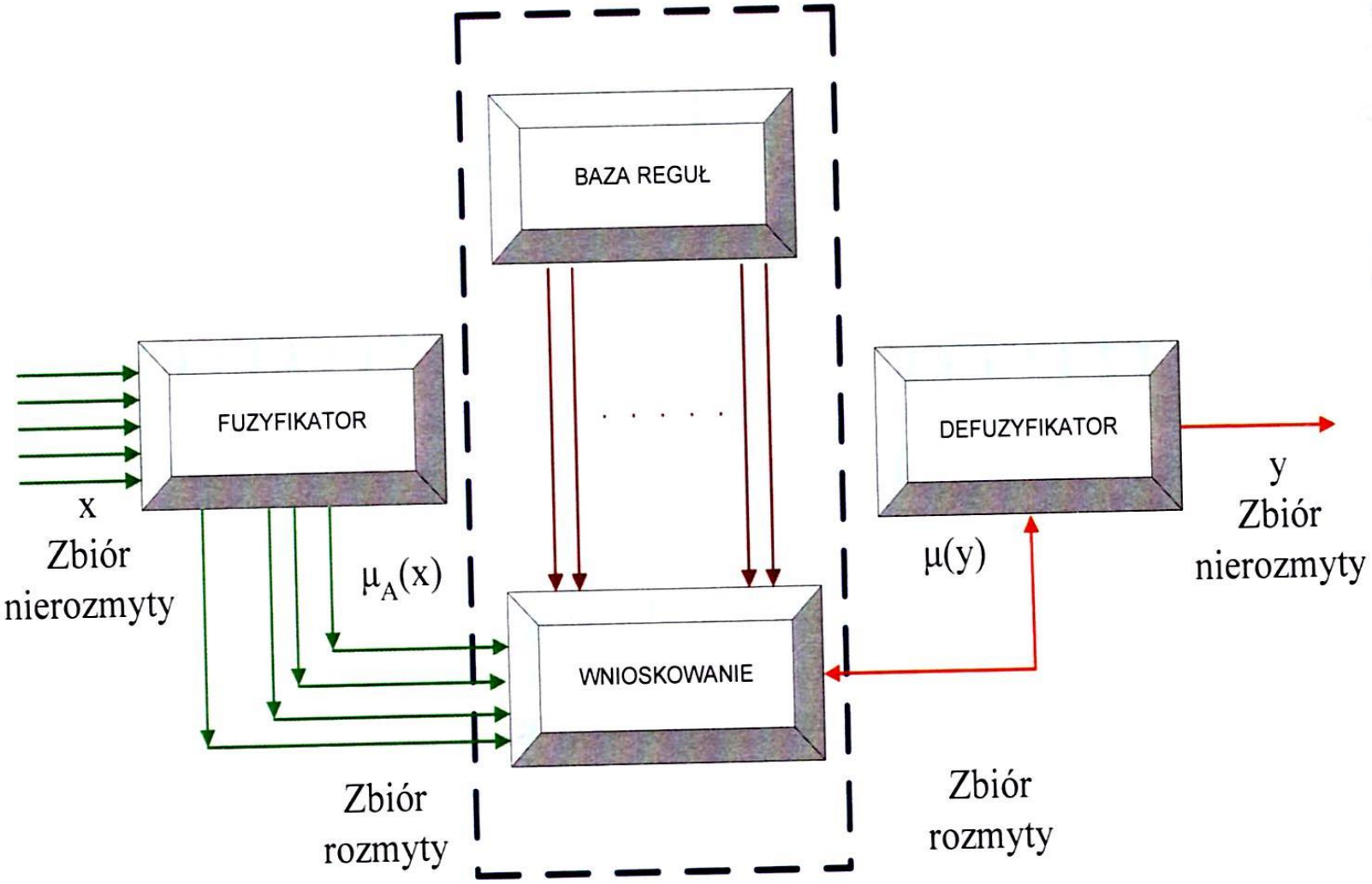
$$z^* = \frac{\int \mu_{\underset{\sim}{B}}(z) \cdot z\, dz}{\int \mu_{\underset{\sim}{B}}(z)\, dz} =$$

$$\left[\int_0^1 (.3z)z\, dz + \int_1^{3.6} (.3z)\, dz + \int_{3.6}^4 \left(\frac{z-3}{2}\right) z\, dz + \int_4^{5.5} (.5)z\, dz + \int_{5.5}^6 (z-5)z\, dz + \int_6^7 z\, dz + \int_7^8 (8-z)z\, dz\right]$$

$$\div \left[\int_0^1 (.3z)\, dz + \int_1^{3.6} (.3)\, dz + \int_{3.6}^4 \left(\frac{z-3}{2}\right) dz + \int_4^{5.5} (.5)\, dz + \int_{5.5}^6 (z-5)\, dz + \int_6^7 dz + \int_7^8 (8-z)\, dz\right]$$



Metoda środka ciężkości
wynik = 4,9



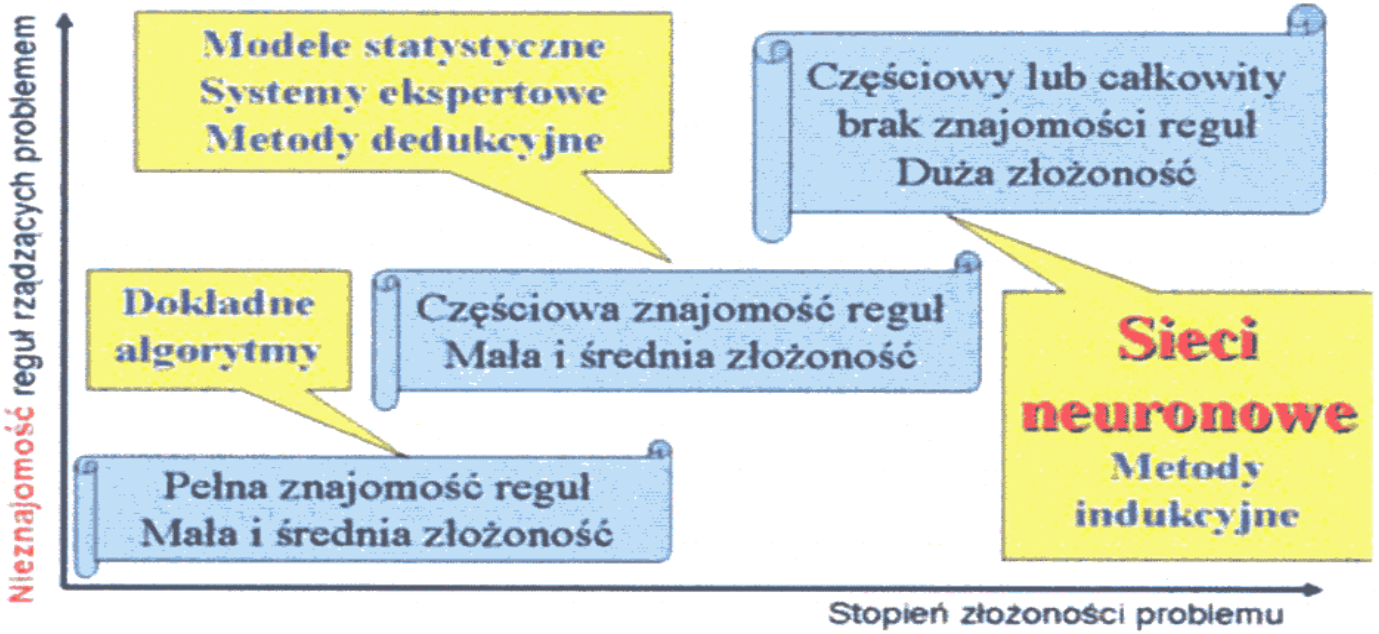
Schemat wnioskowania rozmytego z fuzyfikatorem i defuzyfikatorem

Zastosowania logiki rozmytej:

- **w sterownikach** - lodówki, pralki, opiekacze do grzanek, aparaty fotograficzne;
- **kontrolery rozmyte** w przemyśle do kontroli procesów, kontroli jakości;
- **przetwarzanie obrazów**, rozwiązywanie problemu korków ulicznych, unikanie kolizji;
- **w medycynie** do wspomagania podejmowania decyzji (np. w chirurgii), przewidywanie czasu pobytu w szpitalu;
- **w technice – technologii**; synteza jądrowa, ustalanie drogi przelotu samolotu, sterowanie procesem spalania paliw w elektrowniach, kontrola prędkości samochodów;
- **w biznesie i finansach**: inwestycje bankowe, ocena ryzyka kredytowego, ryzyka ubezpieczenia, określenie strategii inwestycyjnych - infrastrukturalnych, technicznych, technologicznych, prognozowanie giełdowe, wyznaczanie ramówek dla reklam telewizyjnych (badania marketingowe);
- **wyszukiwanie w bazach danych, …**

Wymagane w regułach rozmytych zależności funkcyjne bardzo często nie są znane – pozostaje więc problem ich estymacji.

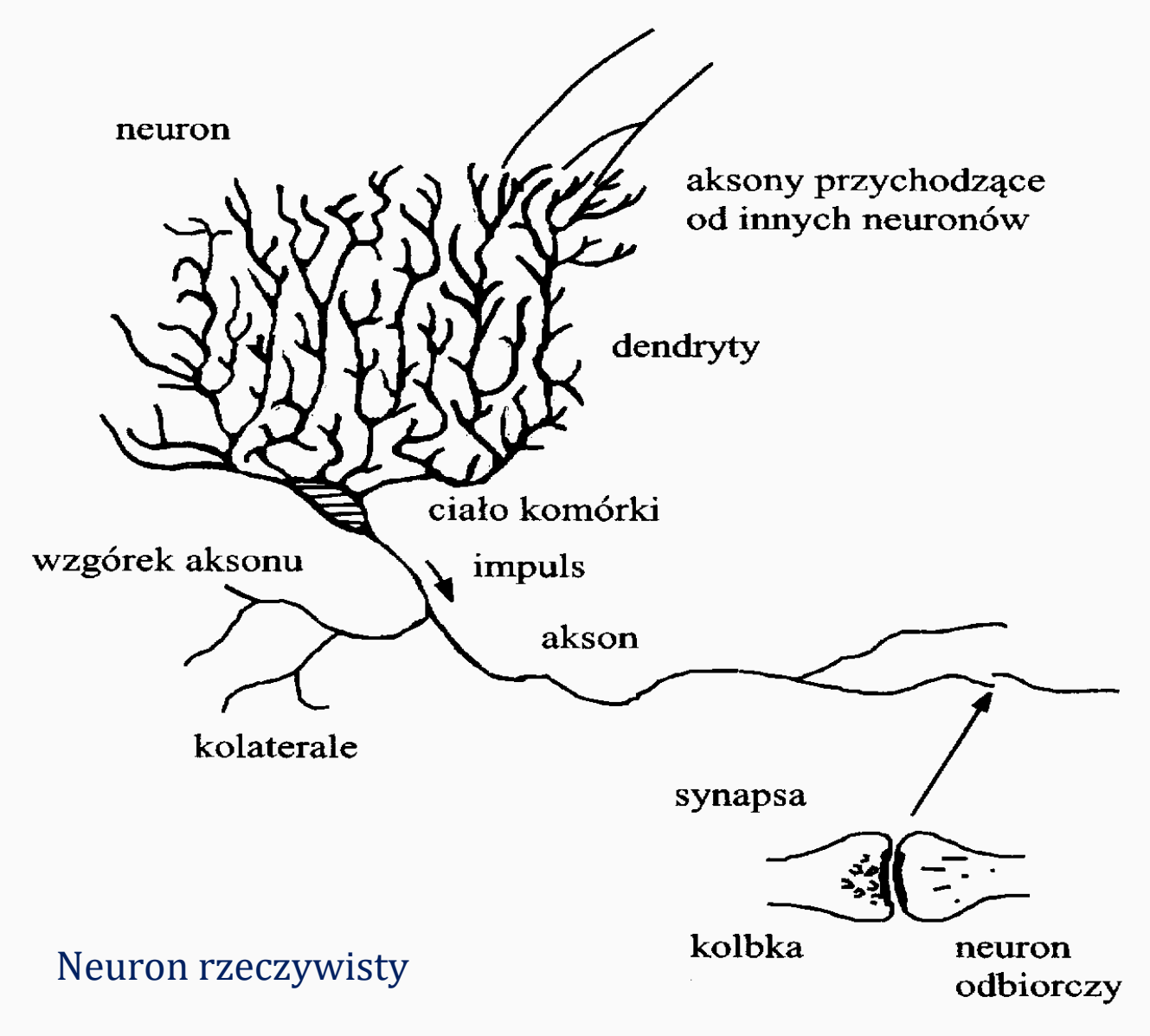
ANFIS *(Adaptive Network Fuzzy Inference System)* pozwala na zbudowanie modelu rozmytego o parametrach dobieranych przez sieć neuronową.



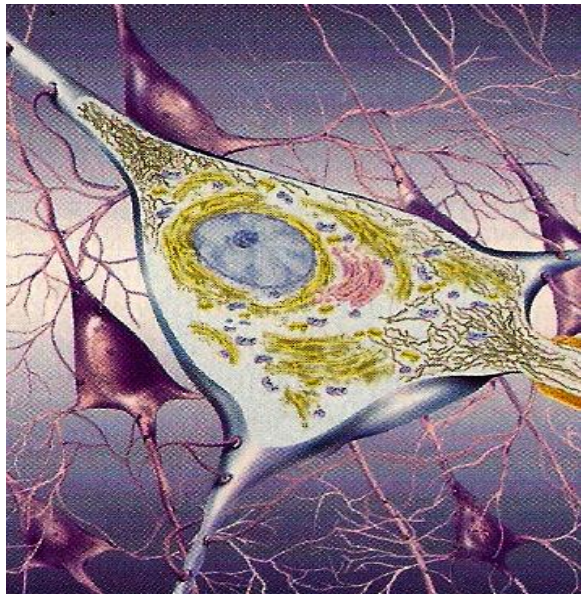
Sieci neuronowe i inne metody obliczeniowe

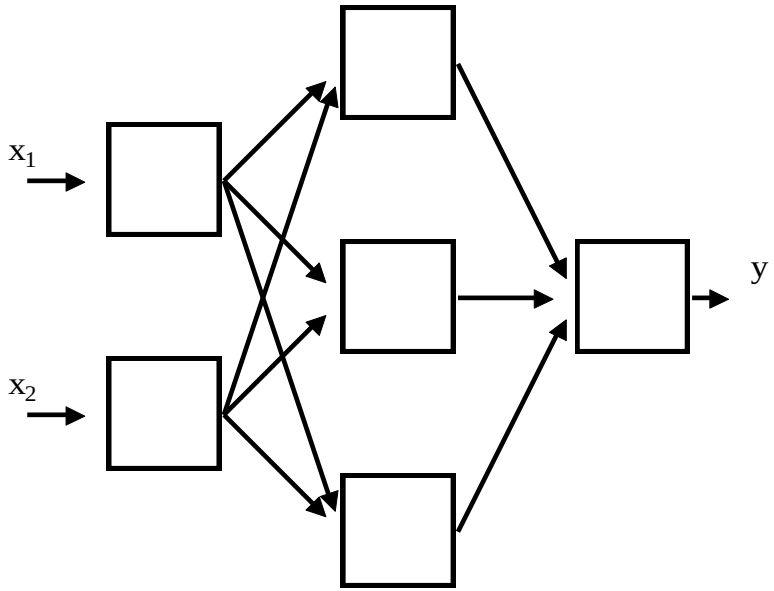
(R. Tadeusiewicz: Sieci neuronowe i inne systemy sztucznej inteligencji dla medycyny)

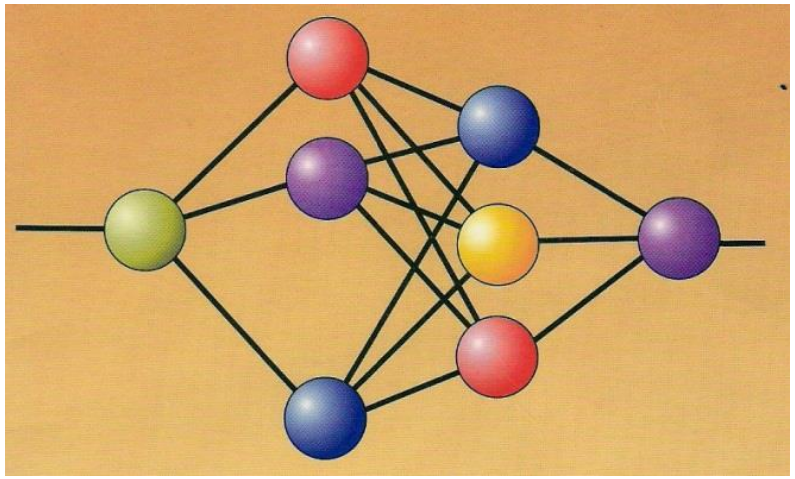
Sztuczne sieci neuronowe - budowa



Neuron rzeczywisty



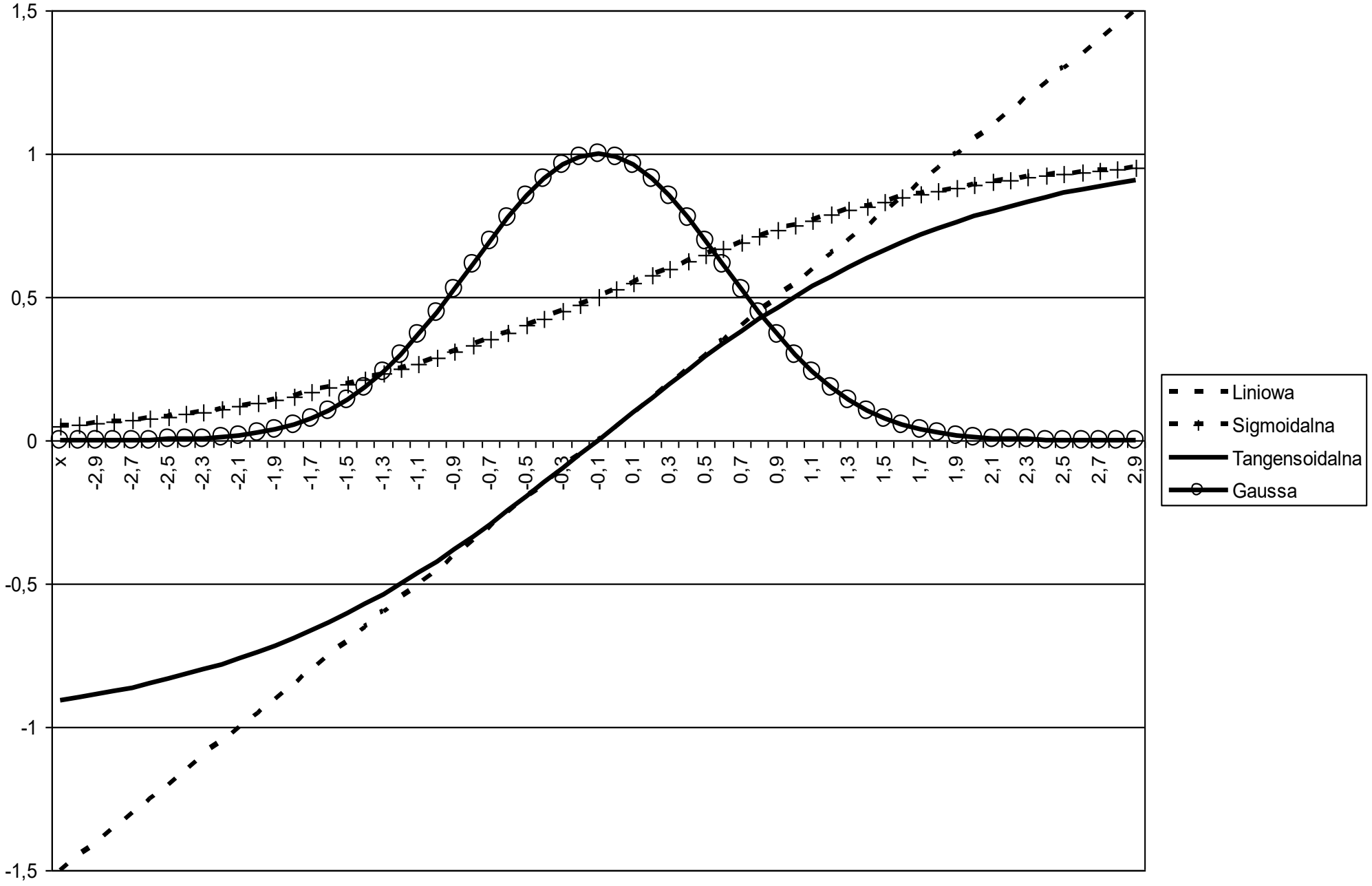




Schemat sztucznej sieci neuronowej

Działanie sieci zależy od:

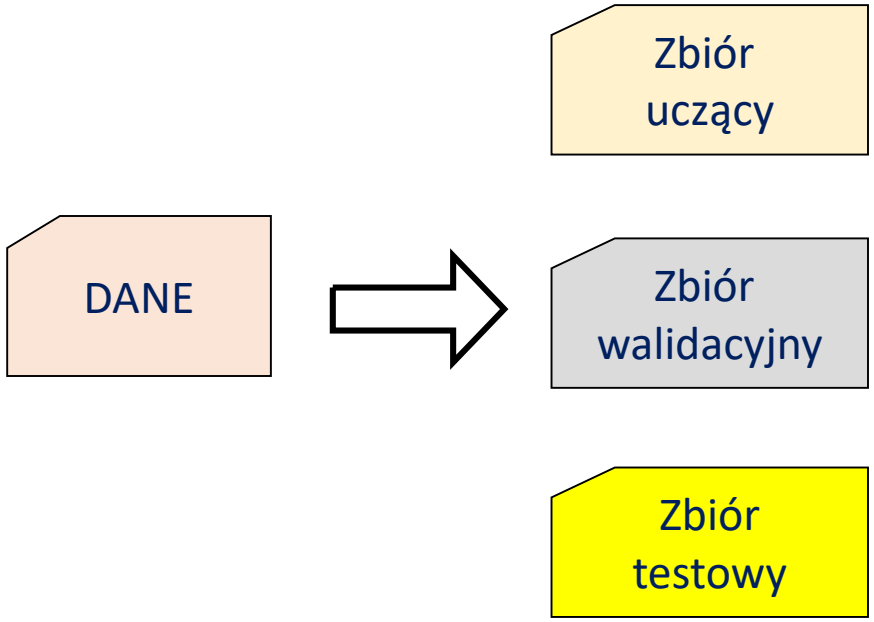
- przyjętego modelu neuronu,
- wartości parametrów neuronu,
- topologii (struktury) sieci.

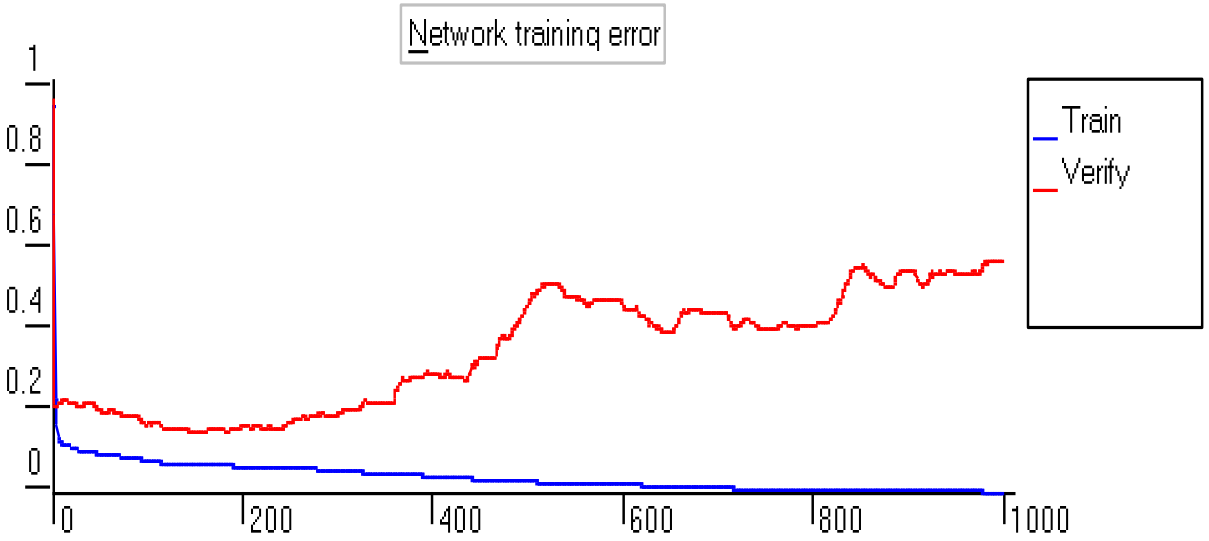


Podstawowe funkcje aktywacji neuronu

Uczenie sieci neuronowej

- uczenie – określenie wartości parametrów sieci – osiągnięcie stanu równowagi;
- początkowe wartości parametrów są zwykle wartościami losowymi;
- w trakcie uczenia sieci neuronowej prezentowane są przypadki uczące i w zależności od reakcji sieci modyfikowane są wagi.





- Zbiór uczący – modyfikacja wag
- Zbiór walidacyjny – bieżące monitorowanie procesu uczenia
- Zbiór testowy – ocena sieci po zakończeniu uczenia

Zbiory uczące sieci przygotowywane są w ten sposób, że:

- 70% wyników badań jest wykorzystywane do uczenia sieci,
- 15% wyników badań stanowi zbiór walidacyjny, który służy do sprawdzania procesu uczenia sieci.
- 15% wyników badań stanowi zbiór testowy. Po zakończeniu procesu uczenia działanie sieci jest sprawdzane na danych ze zbioru testowego.

Zbiór uczący:

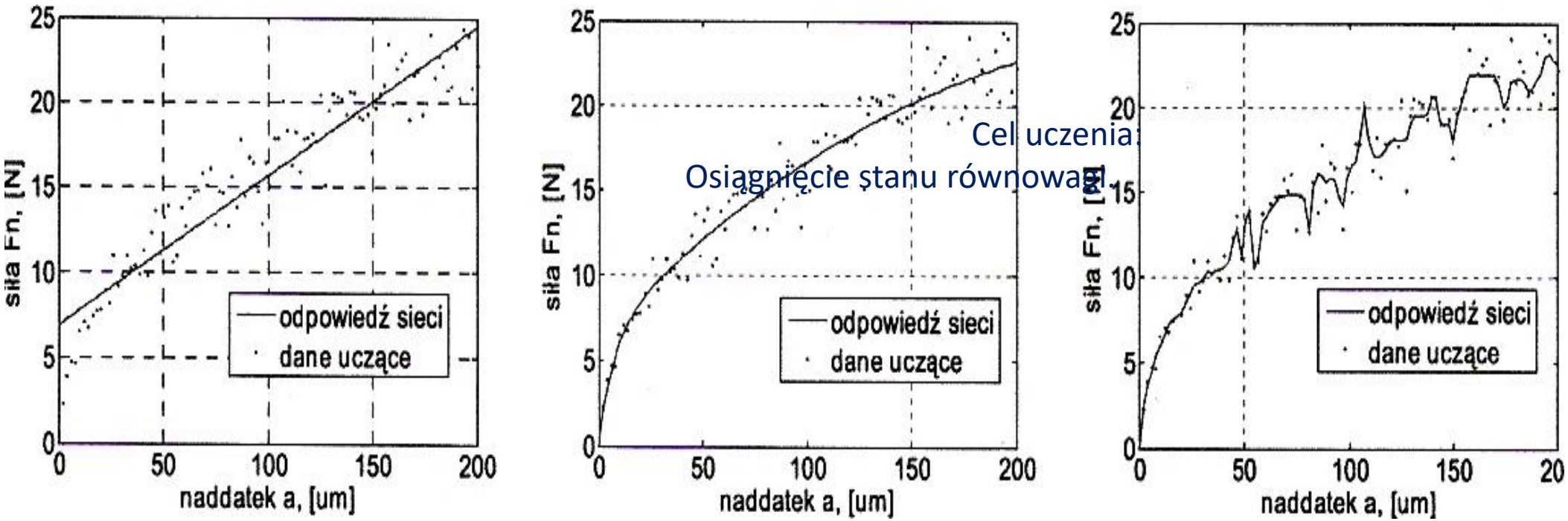
X_1	X_2
x_{11}	x_{12}
x_{21}	x_{22}
...	...
x_{n1}	x_{n2}

X_1

X_2

Y

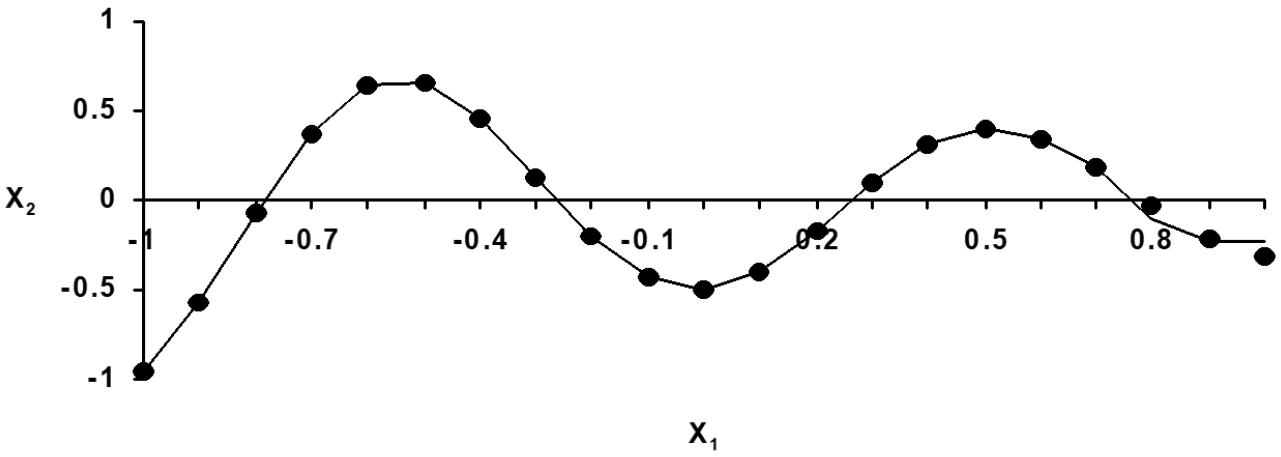
Czy sieć osiągnęła stan równowagi (zachowanie sieci nie ulega zmianie)?



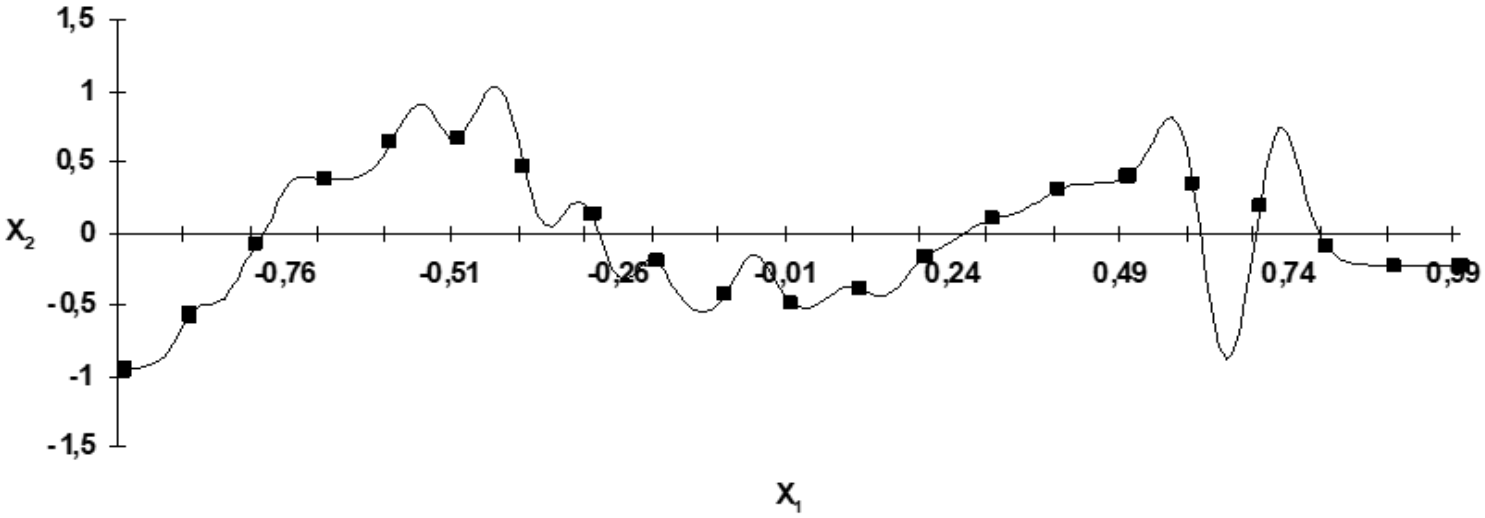
Cel uczenia:

Osiągnięcie stanu równowagi.

Wpływ liczby neuronów na zdolność generacji sieci neuronowej: a) zbyt mała liczba neuronów; b) dobrze dobrana liczba neuronów; c) za duża liczba neuronów



Działanie przykładowej sieci posiadającej zdolność do aproksymacji i do generalizacji



Działanie sieci nie posiadającej zdolności do generalizacji

Struktura sieci a jej możliwości

Prosta struktura sieci:

- brak możliwości opisu złożonych zależności,
- łatwiejsze uczenie.

Złożona struktura sieci:

- bardzo dobre działanie dla danych uczących,
- trudniejsze uczenie,
- skłonność do przeuczenia.

Przykłady zastoswania

Model regresyjny: $Y = F(X_1, X_2, ..., X_N)$

- X_i - *zmienne ilościowe lub jakościowe: powierzchnia, garaż, wiek, ogrzewanie, położenie, piętro, ….*
- *Y - zmienna ilościowa: wynik* → **CENA RYNKOWA**

Kredyt w banku

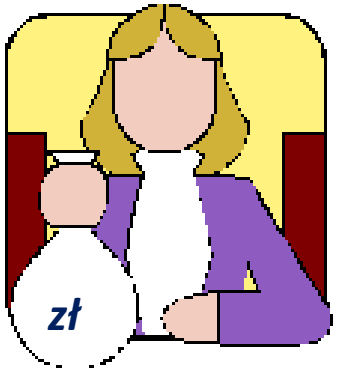
- X_i - *zmienne ilościowe lub jakościowe: wysokość kredytu, dochody, stan konta, wiek, stan cywilny, zabezpieczenie, ….*
- *Y - zmienna jakościowa (nazwa klasy): wynik* → ***PRZYZNAĆ - NIE PRZYZNAĆ***

Prognozy giełdowe na podstawie bieżącej i przeszłych wartości tego samego szeregu oraz bieżącej i przeszłych wartości innych zmiennych: $/Zł(t); $/Zł(t-1); EUR/Zł(t); WIG(t), WIG(t-1),…

Wynik: kurs → **$/Zł (t+1)**

Przykładowy model klasyfikacyjny: $Y=F(X_1, X_2, \ldots, X_N)$

Y - zmienna jakościowa (nazwa klasy)
X_i - zmienne ilościowe lub jakościowe

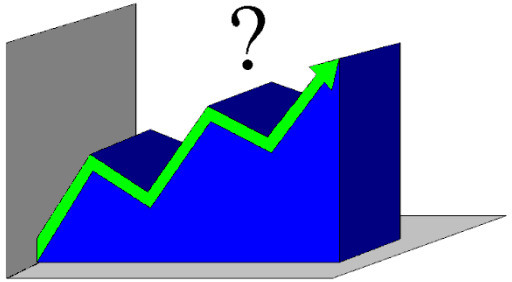


wysokość kredytu
dochody,
stan konta,
wiek,
stan cywilny,
zabezpieczenie,
....

PRZYZNAĆ - NIE PRZYZNAĆ

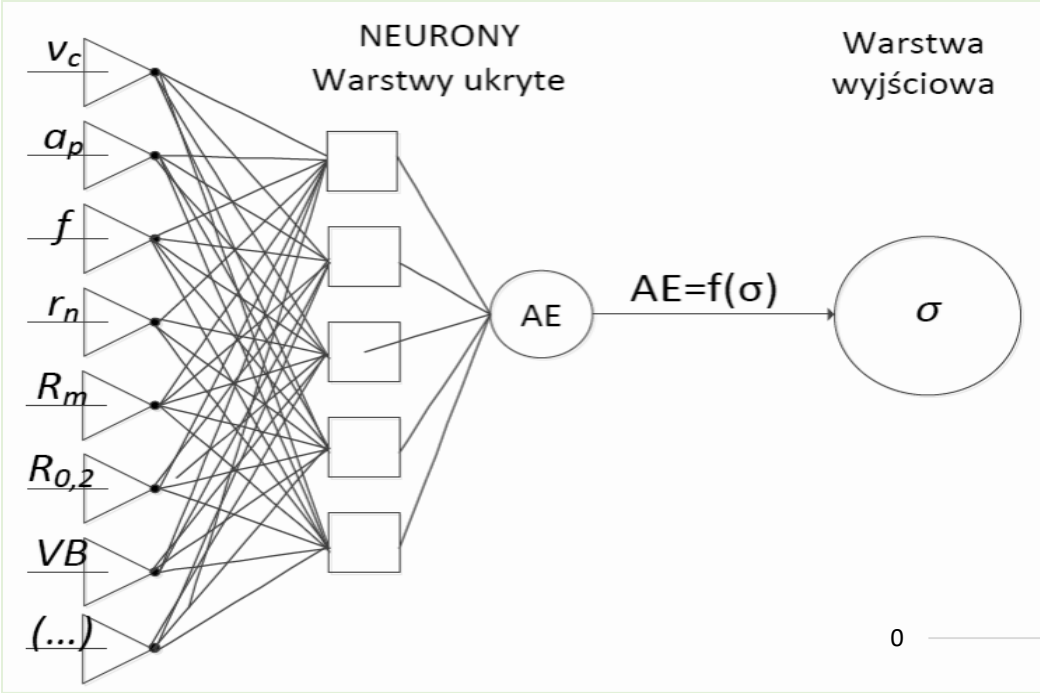
Przykładowy model szeregu: $Y_{t+1}= F(Y_t, Y_{t-1},\ldots, Y_{t-k}, X_t, \ldots, X_{t-1})$

Przyszła wartość szeregu prognozowana jest na podstawie bieżącej i przeszłych wartości tego samego szeregu oraz bieżącej i przeszłych wartości innych zmiennych

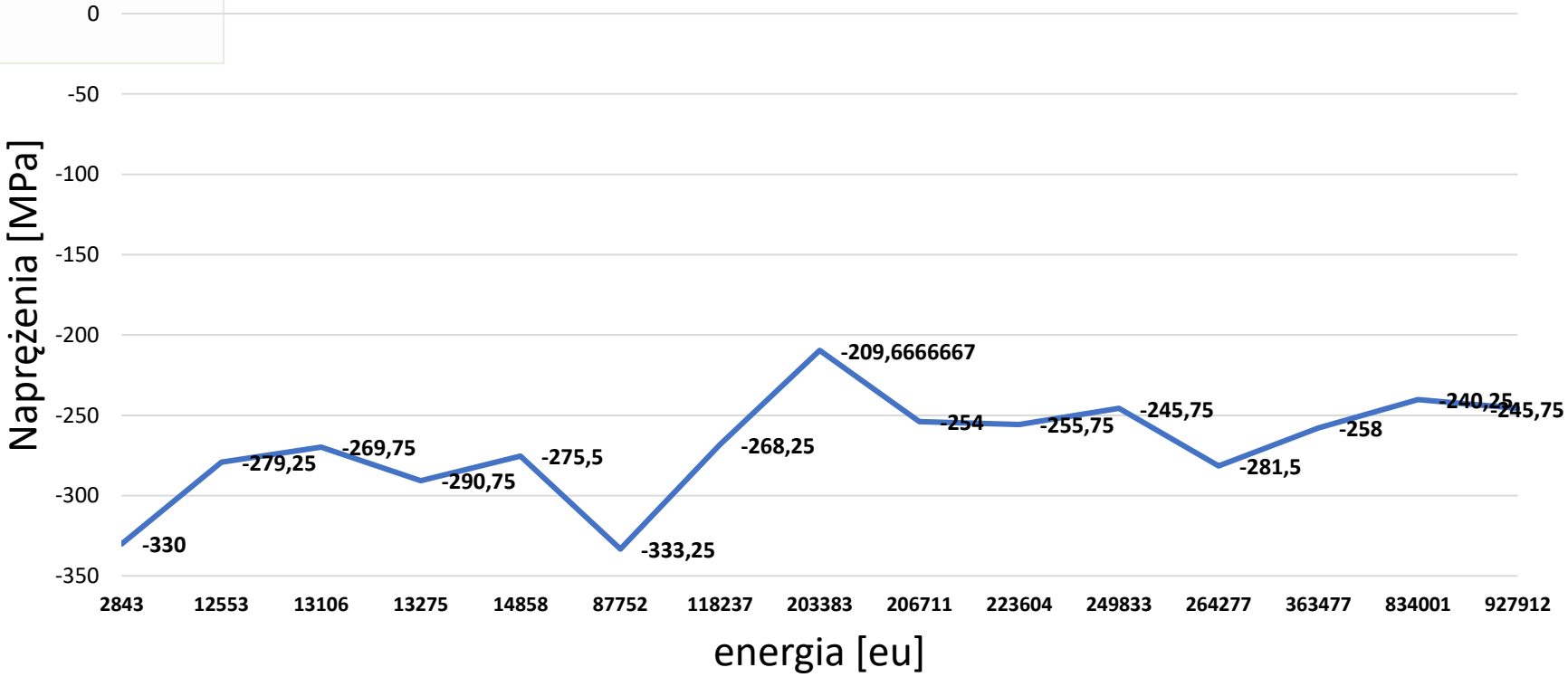


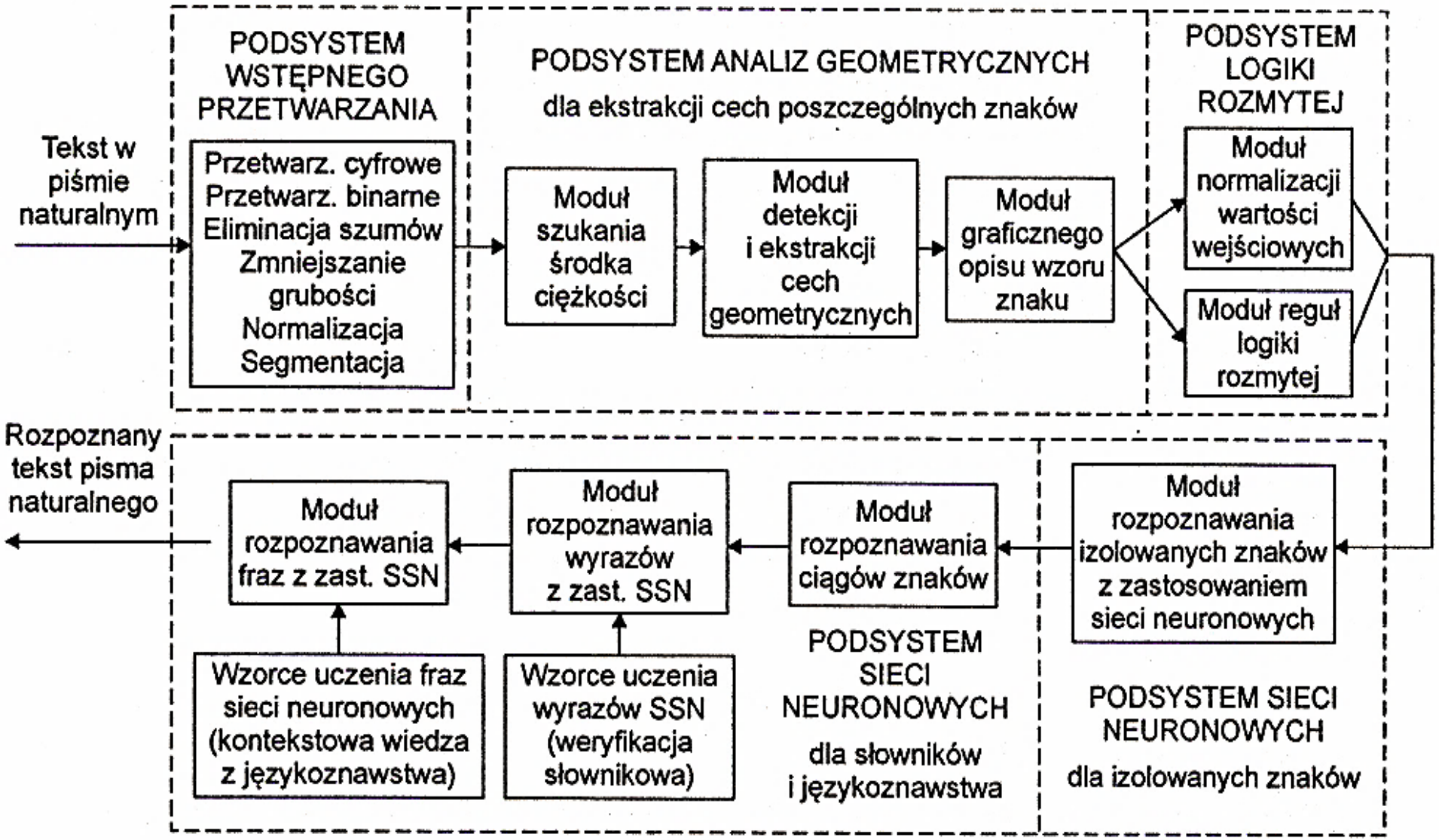
$/Zł(t)
$/Zł(t-1)
EUR/Zł(t)
WIG(t)
WIG(t-1)
....

$/Zł (t+1)

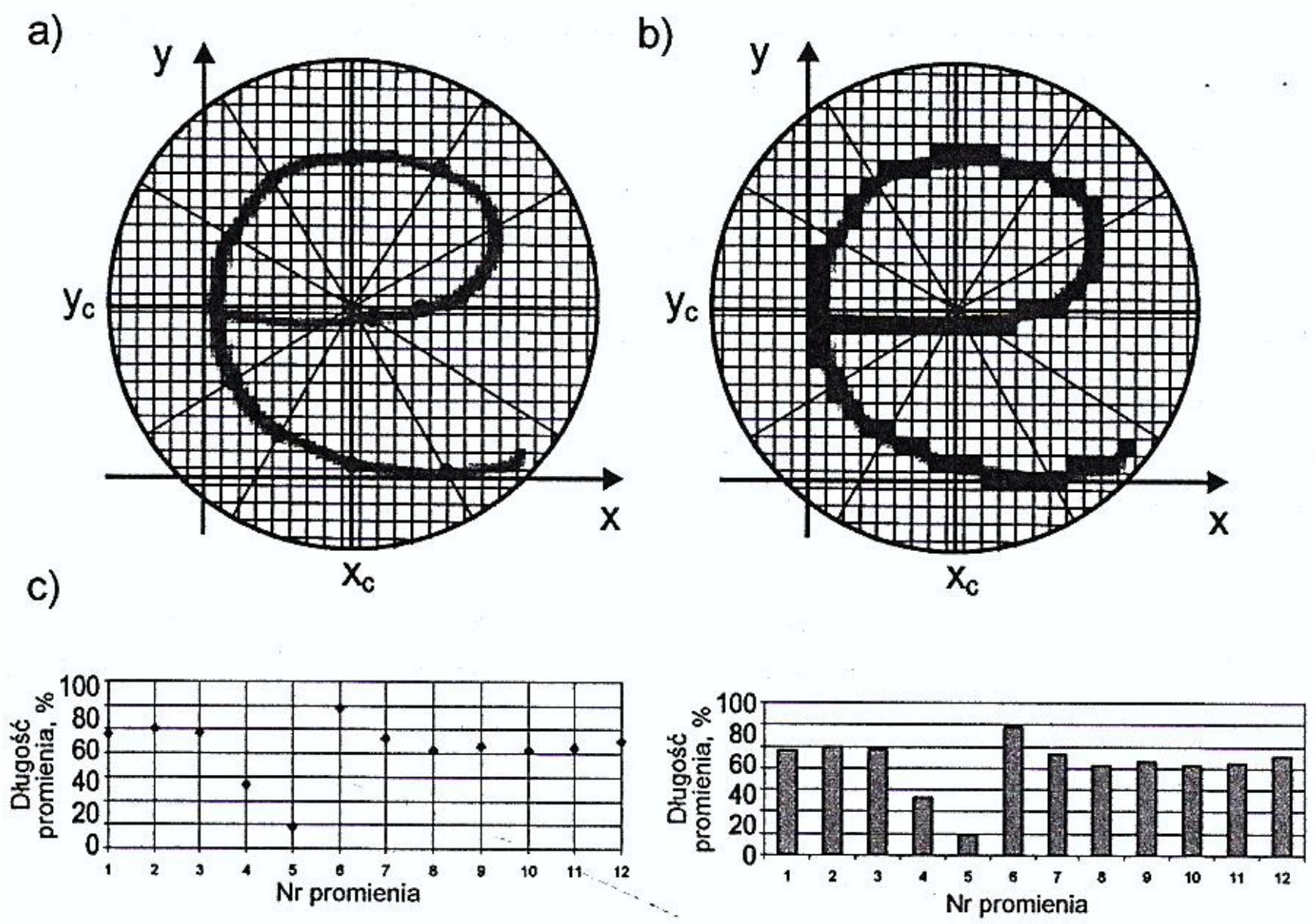


Zależność naprężenia od energii [eu] emisji akustycznej dla Ti6Al4V

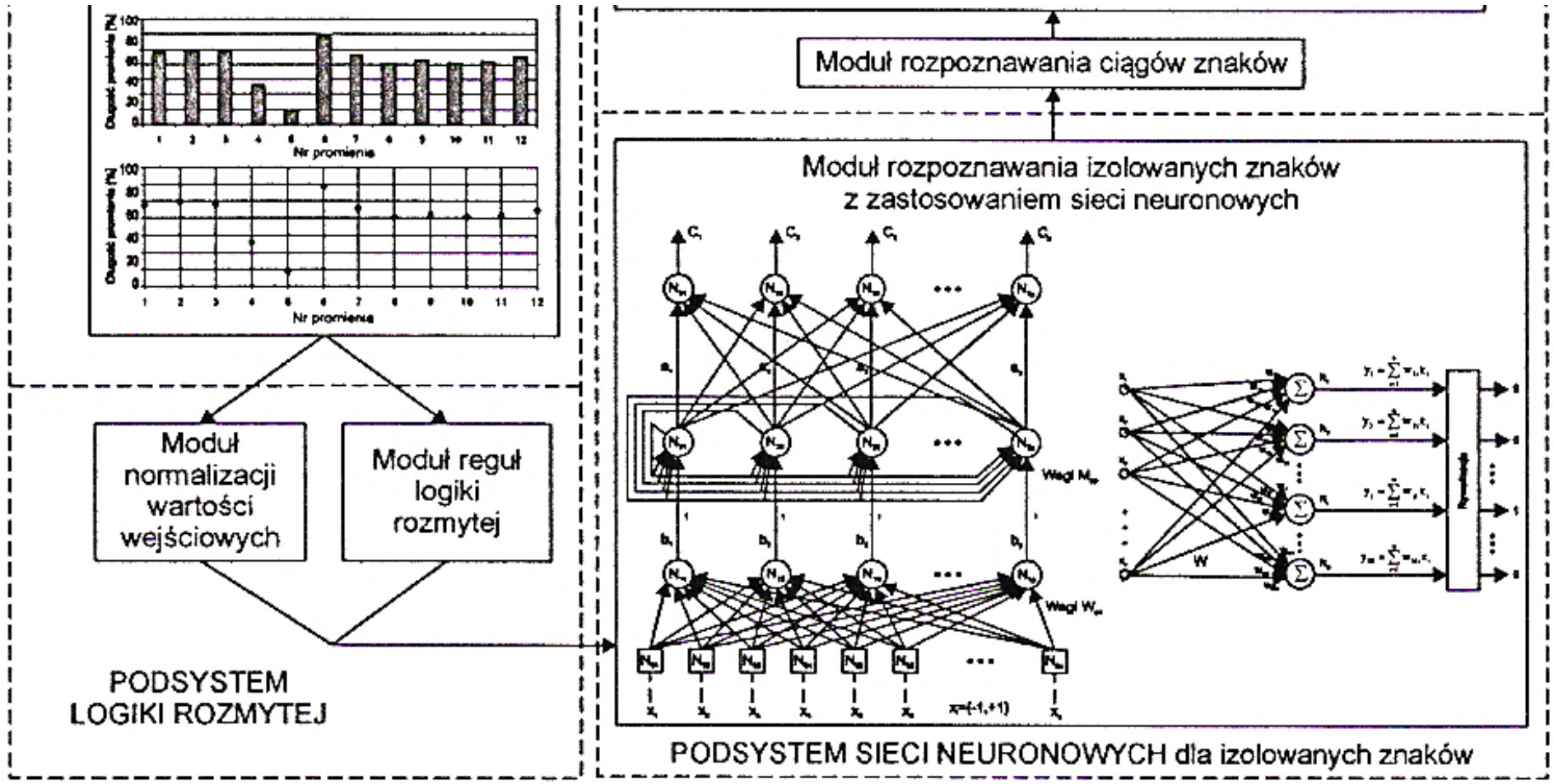




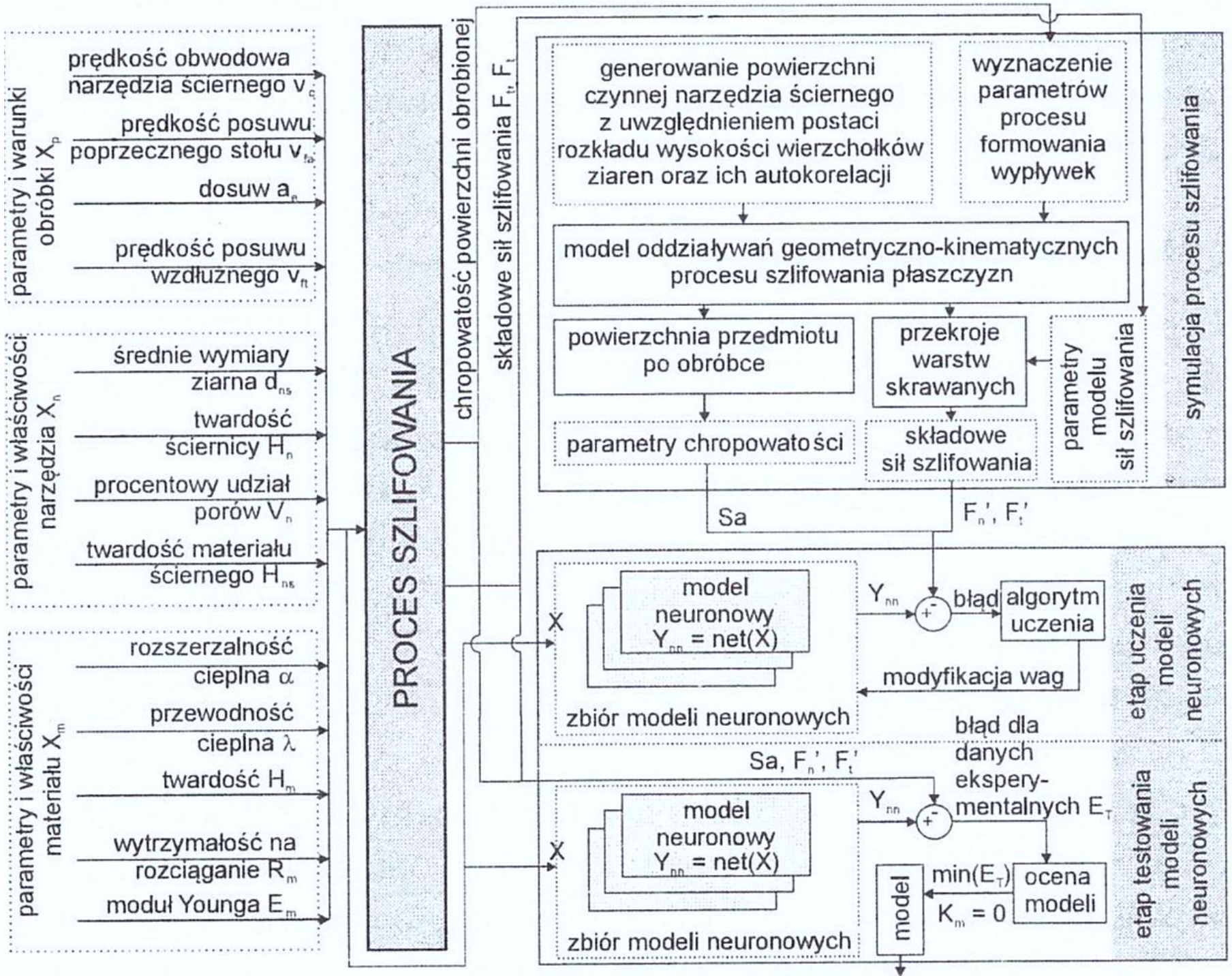
Schemat rozpoznawania naturalnego pisma operatora



Ekstrakcja cech geometrycznych litery; a) analiza cech geometrycznych; b) ekstrakcja cech; c) wzorzec opisowy



Algorytm rozpoznawania pisma odręcznego -przykład



Metodyka tworzenia modelu neuronowego procesu szlifowania [8]