Metody prognozowania:

Podstawy logiki rozmytej

Literatura do wykładu:

Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 1999 r.

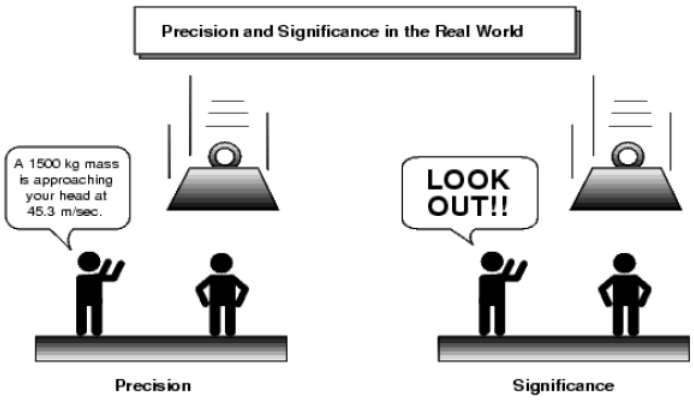
D. Rutkowska, M. Pilinski, L. Rutkowski, Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte, WN PWN (1997), rozdział 3.

Yager Ronald R.: *Podstawy modelowania i sterowania rozmytego.* Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne 1995

Co to jest logika rozmyta ?

- Nawet eksperci używają sformułowań: „Metoda A jest znacznie bardziej efektywna niż metoda B”.
- Ocenę stanów, rzeczy wykonuje sie w pewnej skali stopniowania:
- mały, duży, wielki, niski, wysoki, bardzo wysoki, wolny, średnio wolny, szybki, itd...
- Trudno jest zatem odróżnić element danej klasy od innych.

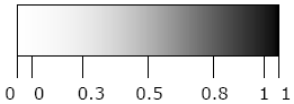
Co to jest logika rozmyta ?



Co to jest logika rozmyta ?

• Klasyczna logika bazuje na dwóch wartościach reprezentowanych najczęściej przez: 0 i 1 lub prawda i fałsz. Granica między nimi jest jednoznacznie określona i niezmienna.

• Logika rozmyta stanowi rozszerzenie klasycznego rozumowania na rozumowanie bliższe ludzkiemu. Wprowadza ona wartości pomiędzy standardowe 0 i 1; 'rozmywa' granice pomiędzy nimi dając możliwość zaistnienia wartościom z pomiędzy tego przedziału (np.: prawie fałsz, w połowie prawda).



- 0 – fałsz, 1 – prawda
- Klasyczna logika jest specyficznym przypadkiem logiki wielowartościowej (logiki rozmytej)

Historia

Dwuwartościowa logika Arystotelesa: prawda, fałsz.

Platon zauważył że istnieje cos pomiędzy fałszem i prawda.

Jan Łukasiewicz (1930 r.) pracował nad nieostrością stwierdzeń: wysoki, stary, gorący. Wprowadził zakres prawdziwości z przedziału od 0 do 1. Wartości te prezentowały prawdopodobieństwo prawdziwości danego stwierdzenia.

Max Black (1937 r.) – wprowadził pierwszy bardzo prosty zbiór rozmyty i zarys wykonywanych na nich operacji.

Lotfi Zadeh (1965 r.) – rozwinął teorie prawdopodobieństwa do informacji rozmytej w formalny system logiki matematycznej. Wprowadził zastosowanie dla terminów z języka naturalnego.

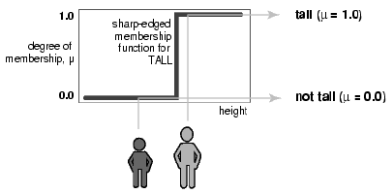
Logika konwencjonalna

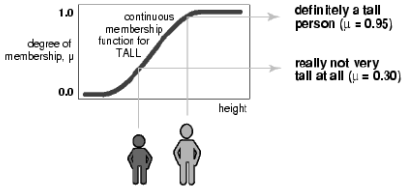
Logika konwencjonalna (boolowska) używa ostrego rozróżniania: albo cos jest elementem klasy, albo nie jest, np.:

kabel jest długi > 300 m, albo kabel krótki <=300m

Antek jest wysoki, bo ma 181cm (wysoki > 180cm)

Michał jest niski (nie wysoki), bo mierzy 179cm





Zbiory w ujęciu klasycznym

Zbiór - podstawowe pojecie w matematyce.

X - zbiór klasyczny, x element zbioru X.

($x \in X$) – *x jest elementem zbioru X. Każdy* element, który przynależy do zbioru ma ustawianą wartość 1.

($x \notin X$) – *x nie należy zbioru X. Każdy* element, który nie jest elementem zbioru ma ustawiana wartość 0.

Idea zbiorów rozmytych

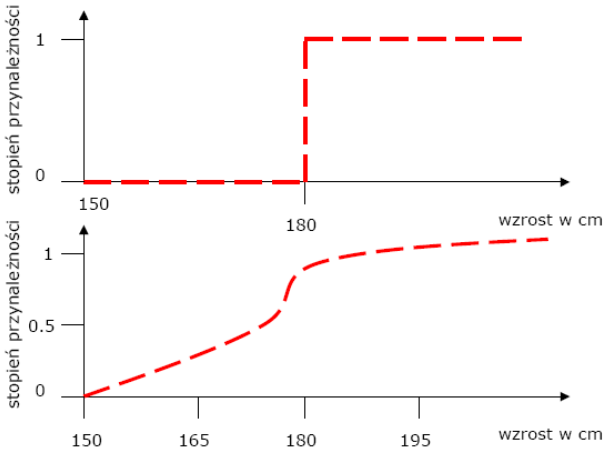
Element należy do zbioru rozmytego z pewnym **stopniem przynależności.**

Stwierdzenie może być częściowo prawdziwe lub częściowo fałszywe.

Przynależność jest **liczba rzeczywista** z przedziału 0 - 1.

Stopień przynależności stanowi informację, jak daleko element x jest oddalony od naszego podzbioru X. Określamy go dzięki **funkcji przynależności**.

Funkcja przynależności



Stopień przynależności

		Stopień przynależności	
Imię	Wysokość	Logika klasyczna	Rozmyta
Krzyś	208	1	1,00
Marek	205	1	1,00
Jan	198	1	0,98
Tomek	181	1	0,82
Dawid	179	0	0,78
Michał	172	0	0,24
Bartek	167	0	0,15
Staś	158	0	0,06
Piotr	155	0	0,01
Paweł	152	0	0,00

Zbiór rozmyty

X – zbiór uniwersalny, przestrzeń, uniwersum
x – element uniwersum

Logika klasyczna definiuje funkcję charakterystyczną zbioru A:

$f_A(x)$ X -> 0,1 gdzie: $f_A(x) = \begin{cases} 1, if\ x \in X \\ 0, if\ x \notin X \end{cases}$

Logika rozmyta definiuje funkcję przynależności dla zbioru A z uniwersum X:
$\mu_A(x)$ X -> [0,1], gdzie:

$$\mu_A(x) = 1 \ \ if\ x\, na\ pewno\ jest\ w\, A$$
$$\mu_A(x) = 0 \ \ if\ x\, nie\ jest\ w\, A$$
$$0 < \mu_A(x) < 1 if\ x\, czesciowo\ jest\ w\, A$$

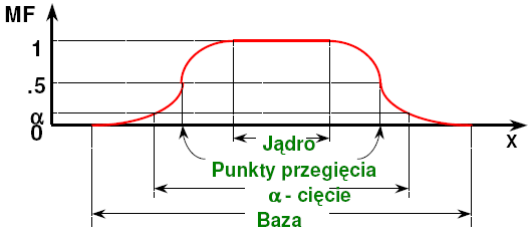
Definicje

Support – baza zbioru rozmytego A: sup(A)={x∈X: $\mu_A(x)$ >0}

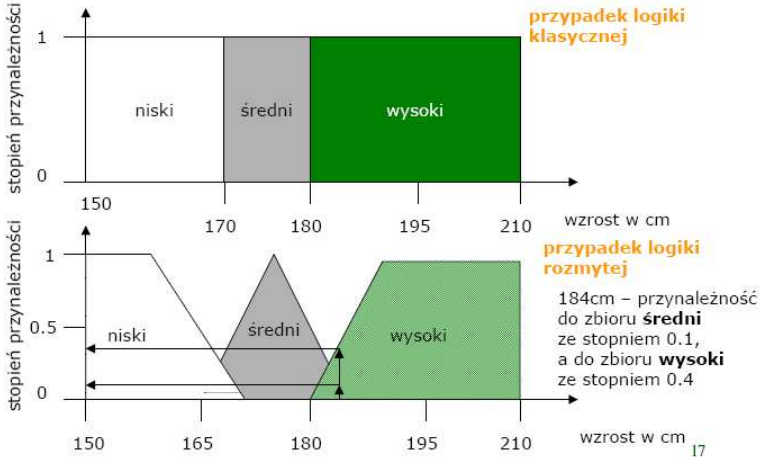
Core (jądro) zbioru rozmytego A: core(A)={x∈X: $\mu_A(x)$=1}

α-cut (α-cięcie) zbioru rozmytego A: A_α={x∈X: $\mu_A(x)$> α}

Wysokość: max $\mu_A(x) \leq 1$



Przykład funkcji przynależności

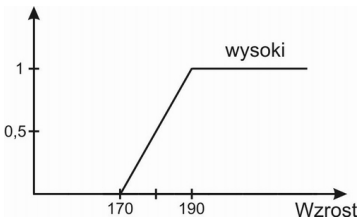


Funkcja przynależności

• Zbiorem Y są osoby, a zbiorem rozmytym Z – osoby wysokie.

• Zbiór Z będzie nam mówił, w jakim stopniu dana osoba ze zbioru Y przynależy do zbioru osób wysokich.

Z(y) = 0 gdy wzrost < 170 cm
Z(y) = (wzrost – 170)/20 gdy 170 cm > wzrost < 190 cm
Z(y) = 1 gdy wzrost > 190 cm

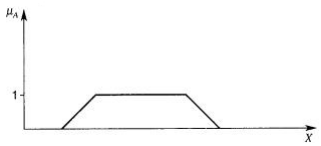


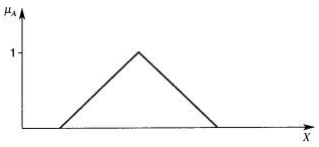
Osoba Y	Wzrost	Stopień Przynależności
Darek	193	1
Kamil	139	0
Zbyszek	128	0
Sławek	182	0,6
Karol	175	0,25
Mariusz	179	0,45
Jacek	187	0,85

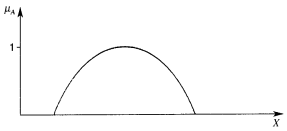
Funkcja przynależności

• Funkcja przynależności może mieć bardziej złożony kształt

• W zdecydowanej większości przypadków jako funkcje przynależności stosuje się trójkąty, ale mogą to być też trapezy lub parabole.

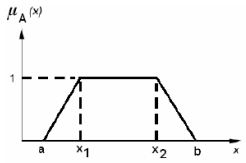






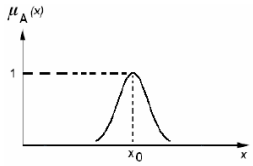
Funkcja przynależności

trapez



$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{x_1-a}, & dla\ a \le x \le x_1 \\ 1, & dla\ x_1 \le x \le x_2 \\ \dfrac{b-x}{b-x_2}, & dla\ x_2 \le x \le b \\ 0, & dla\ innych\ x \end{cases}$$

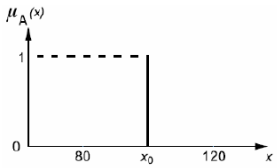
funkcje gaussowskie



$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2\right)$$

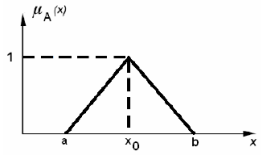
Funkcja przynależności

singleton



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & dla\ x = x_0 \\ 0, & dla\ x \ne x_0 \end{cases}$$

trójkąt



$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{x_0-a}, & dla\ a \le x \le x_0 \\ \dfrac{b-x}{b-x_0}, & dla\ x_0 \le x \le b \\ 0, & dla\ innych\ x \end{cases}$$

Reprezentacja zbioru rozmytego

Niech X to zbiór par {x, $\mu_A(x)$} {element, jego funkcja przynależności}

A jest podzbiorem X

Dwa sposoby reprezentowania podzbioru A:

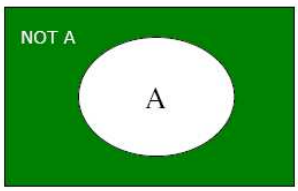
$$A = \{x_1, \mu_A(x_1)\}, \{x_2, \mu_A(x_2)\}, \ldots, \{x_n, \mu_A(x_n)\}$$

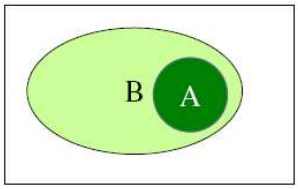
$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1\}, \{\mu_A(x_2)/x_2\}, \ldots, \{\mu_A(x_n)/x_n\}$$

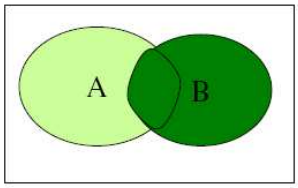
Przykład:

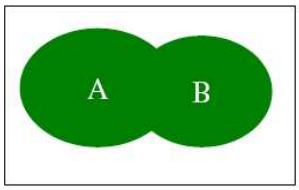
- wysoki mężczyzna=(0/180, 1/190)
- niski mężczyzna=(1/160, 0/170)
- średniego wzrostu mężczyzna=(0/165, 1/175, 0/185)

Operacje na zbiorach klasycznych









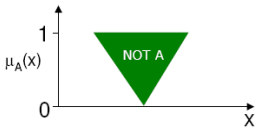
Dopełnienie

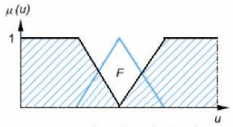
Zbiór klasyczny: Kto/co nie należy do zbioru?

Zbiór rozmyty: Jak bardzo element nie przynależy do zbioru?

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Przykład:
wysoki mężczyzna = (0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 0.75/187, 1/190)
NOT wysoki mężczyzna = (1/180. 0.75/182.5, 0.5/185, 0.25/187, 0/190)





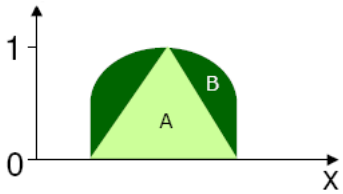
operacja dopełnienia

Zawieranie się

Zbiór klasyczny: Który zbiór należy do innych zbiorów?

Zbiór rozmyty: Który zbiór rozmyty należy do innych zbiorów rozmytych?

Przykład:
- ✓ wysoki mężczyzna = (0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 0.75/187, 1/190)
- ✓ bardzo wysoki mężczyzna = (0/180, 0.06/182.5, 0.25/185, 0.56/187, 1/190)



Iloczyn

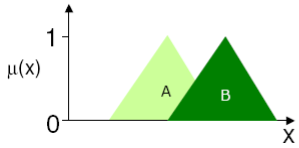
Zbiór klasyczny: Który element należy do obu zbiorów? (AND)

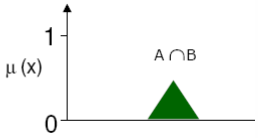
Zbiór rozmyty: Jak bardzo element przynależy do obu zbiorów rozmytych?

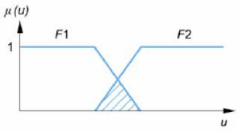
$$\mu_{A\cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cap \mu_B(x)$$

Przykład:

- ✓ wysoki mężczyzna = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)
- ✓ średni mężczyzna = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0/185, 0/190)
- ✓ wysoki mężczyzna ∩ średni mężczyzna = (0/180, 0.25/182.5, 0/185)







operacja przecięcia

Suma

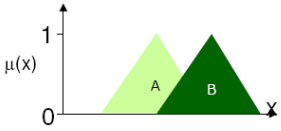
Zbiór klasyczny: Który element należy do „jednego z" lub obu zbiorów? (OR)

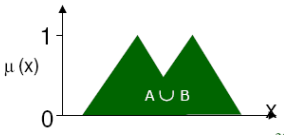
Zbiór rozmyty: Jak bardzo element przynależy do „jednego z" i obu zbiorów?

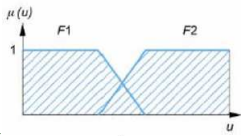
$$\mu_{A\cap B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cup \mu_B(x)$$

Przykład:

- ✓ wysoki mężczyzna = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)
- ✓ średni mężczyzna = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0/185, 0/190)
- ✓ wysoki mężczyzna ∪ średni mężczyzna = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)







operacja sumy

Cechy zbiorów rozmytych

Przemienność:
wysoki OR niski = niski OR wysoki

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

Łączność:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

wysoki OR (niski OR średni) = (wysoki OR niski) OR średni

Rozdzielczość:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Cechy zbiorów rozmytych

Inne:

$$A \cup A = A$$
$$A \cap A = A$$
$$A \cup 0 = A$$
$$A \cap X = A$$
$$A \cap 0 = 0$$
$$A \cup X = X$$

Gdzie X – zbiór ze stopniem przynależności 1
0 – zbiór pusty

Cechy zbiorów rozmytych

Podwójne zaprzeczenie:

$$\neg(\neg A) = A$$

Przechodniość:

$$(A \subset B)(B \subset C) = A \subset C$$

Prawo de Morgana:

$$\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$$
$$\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$$

Operacje i cechy zbiorów rozmytych

Operacje:

- dopełnienie,
- zawieranie sie,
- przecięcie,
- unia.

Cechy:

- przemienność,
- łączność,
- rozdzielność OR względem AND i AND względem OR,
- podwójne zaprzeczenie,
- przechodniość,
- prawo de Morgana.

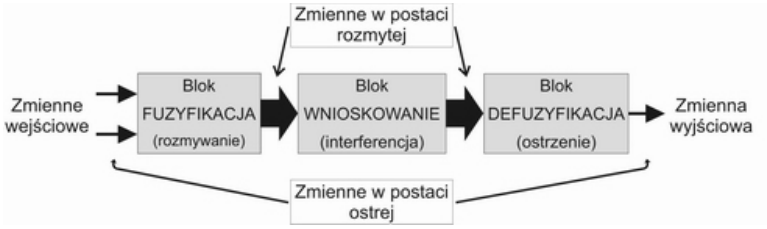
Budowa systemu rozmytego

System oparty na logice rozmytej składa się z trzech podstawowych elementów: **blok fuzyfikacji**, **blok wnioskowania** i **blok defuzyfikacji**.

Blok fuzyfikacji -> dane wejściowe podlegają rozmyciu.

Blok wnioskowania -> na podstawie reguł obliczane są stopnie aktywacji zawartych tam przesłanek.

Bloku defuzyfikacji -> w wyniku zastosowania jednej z metod defuzyfikacji podlega wyostrzeniu i obliczana jest wartość wyjściowa regulatora.



Fuzyfikacja (rozmywanie)

Pierwszym blokiem na jaki trafiają dane wejściowe, jest blok fuzyfikacji. W tym miejscu ulegają one rozmyciu, czyli zostaje określony stopień przynależności do poszczególnych zbiorów rozmytych.

Każdy z tych zbiorów jest określony **zmienną lingwistyczną**.

Zmienne lingwistyczne:
- Jan jest wysoki.
- Jan przyjmuje *lingwistyczna wartość (term)* wysoki.
- [Wzrost jest zmienną lingwistyczną]

Operacje na zmiennych lingwistycznych

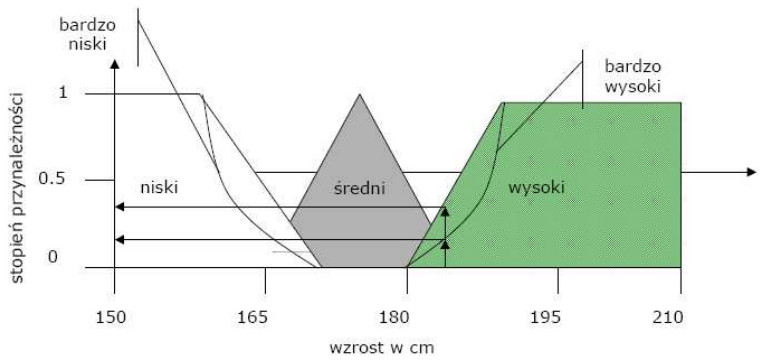
Zbiór zmiennych lingwistycznych dla zmiennej **prędkość:**

{wolno, średnio, szybko}

Operacje można podzielić na grupy:
- uniwersalne: *bardzo, całkiem, ekstremalnie;*
- dla wartości prawda, fałsz: *prawie prawdziwe, w większości fałszywe;*
- prawdopodobieństwo: *prawdopodobnie, niezbyt prawdopodobnie;*
- typu: *większość, kilka, niewiele;*
- możliwości: *prawie niemożliwe, całkiem możliwe.*

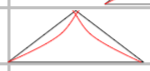
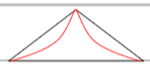
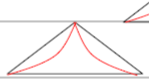
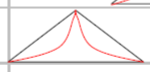
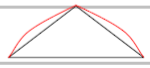
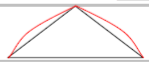
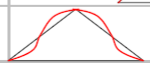
Ich zadanie to koncentracja lub rozszerzanie wartości funkcji przynależności (np. *mniej więcej wysoki mężczyzna ma szersze* znaczenie niż wysoki mężczyzna).

Przykład



Osoba o wzroście 184 cm przynależy do zbioru *wysoki w stopniu* 0.4, natomiast do zbioru *bardzo wysoki w stopniu 0.1.*

Przykłady

operacja	wyrażenie matematyczne	reprezentacja graficzna
mało	$[\mu_A(x)]^{1.3}$	
niewiele	$[\mu_A(x)]^{1.7}$	
bardzo	$[\mu_A(x)]^{2}$	
nadzwyczaj	$[\mu_A(x)]^{3}$	
bardzo bardzo	$[\mu_A(x)]^{4}$	
mniej więcej	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
trochę	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
istotnie	$2[\mu_A(x)]^2 \quad if\ 0 \le \mu_A \le 0.5$ $1-2[1-\mu_A(x)]^2 \quad if\ 0.5 \le \mu_A \le 1$	

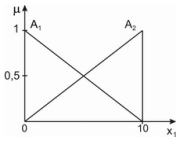
Przykład

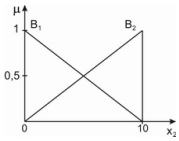
Tomek należy do zbioru mężczyzna wysoki w stopniu 0,86.

operacja	Przykład
mało	0,82
niewiele	0,77
bardzo	0,74
nadzwyczaj	0,64
bardzo bardzo	0,55
mniej więcej	0,93
trochę	0,93
istotnie	0,96

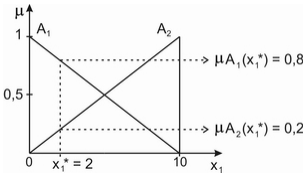
Fuzyfikacja (rozmywanie)

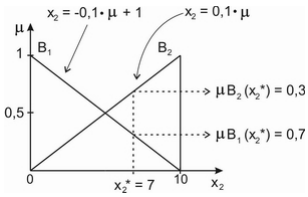
Załóżmy, że mamy dwie zmienne wejściowe: x_1, i x_2. Mają one funkcje przynależności A1, A2 i B1, B2:





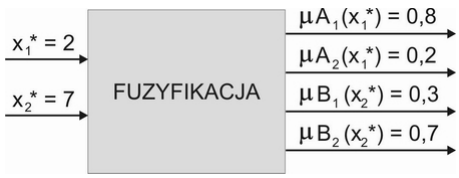
Sposób określania stopnia przynależności:





Fuzyfikacja (rozmywanie)

Ogólnie działanie bloku fuzyfikacji można przedstawić następująco:



Wartości obliczone w wyniku fuzyfikacji trafiają na blok wnioskowania.

Wnioskowanie (interferencja)

• W oparciu o bazę reguł rozmytych, zostanie obliczona wynikowa funkcja przynależności.

• Na bazę reguł składa się zbiór instrukcji warunkowych (przesłanek). Powstają one na bazie doświadczenia osoby zajmującej się danym procesem.

Przykłady reguł rozmytych:

IF wiatr jest silny
THEN żaglowanie jest dobre

IF czas projektu jest długi
THEN ryzyko ukończenia wysokie

IF prędkość wysoka
THEN droga hamowania długa

Reguły złożone

Wielu poprzedników:

IF czas projektu długi
AND liczba pracowników duża
AND fundusze są nieodpowiednie
THEN ryzyko duże

IF jedzenie dobre
OR obsługa miła
THEN napiwek wysoki

Wielokrotna konsekwencja:

IF temperatura powietrza wysoka
THEN temperatura wody jest obniżona;
THEN zwiększana jest zimna woda.

Wnioskowanie (interferencja)

Warunki bazy reguł można ogólnie zapisać w poniższy sposób [2]:

- przesłanka prosta: **JEŻELI** ($x_1 = A_1$) **TO** ($y = C_1$)

- przesłanka złożona: **JEŻELI** ($x_1 = A_1$) **I** ($x_2 = B_1$) **TO** ($y = C_1$)

- inna przesłanka złożona:
JEŻELI ($x_1 = A_1$)**I**($x_2 = B_1$) **LUB** ($x_1 = A_1$) **I** ($x_2 = B_1$) **TO** ($y = C_1$)

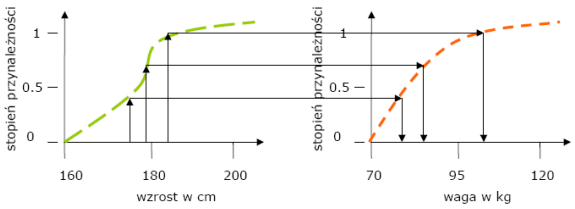
gdzie A_i są zmiennymi lingwistycznymi pierwszej zmiennej wejściowej, B_i są zmiennymi lingwistycznymi drugiej zmiennej wejściowej, C_q są zmiennymi lingwistycznymi danej wyjściowej.

Wnioskowanie z reguł

Logika klasyczna: Jeżeli *poprzednik (IF) jest* prawda to i implikacja jest prawdziwa.

Logika rozmyta: Jeżeli *poprzednik jest w* pewnym stopniu prawdziwy, to i wniosek jest w pewnym stopni prawdziwy.

IF wzrost *wysoki*
THEN waga *ciężka*



Wnioskowanie (interferencja)

Przesłanki bazy reguł stanowią zbiór wytycznych, według których należy postępować. Mówią nam jak ma się zachowywać obiekt w momencie zaistnienia danego przypadku na wejściu. Przypadki te mogą zostać zapisane za pomocą wzorów lub w postaci tabeli kombinacji wejściowych zbiorów rozmytych.

1: **JEŻELI** ($x_1 = A_1$) **I** ($x_2 = B_1$) **TO** ($y = C_1$)
2: **JEŻELI** ($x_1 = A_1$) **I** ($x_2 = B_2$) **TO** ($y = C_2$)
3: **JEŻELI** ($x_1 = A_2$) **I** ($x_2 = B_1$) **TO** ($y = C_2$)
4: **JEŻELI** ($x_1 = A_2$) **I** ($x_2 = B_2$) **TO** ($y = C_3$)

	A1	A2
B1	C1	C2
B2	C2	C3

Wnioskowanie (interferencja)

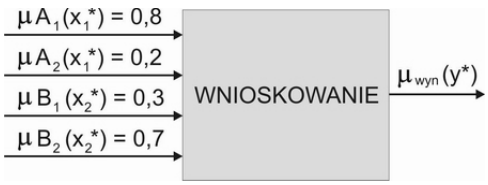
Na podstawie danych wejściowych bloku wnioskowania wykonywane są obliczenia zawarte w warunkach bazy reguł. Wynikiem tych obliczeń są stopnie spełnienia tych przesłanek. W celu otrzymania **wynikowej funkcji przynależności** stosujemy poniższy wzór:

$$\mu_{wyn}(y) = \mathrm{MAX}\ [\ \mu_{C1}(y);\ \mu_{C2}(y);\ \mu_{Cq-1}(y);\ \mu_{Cq}(y);\ ]$$

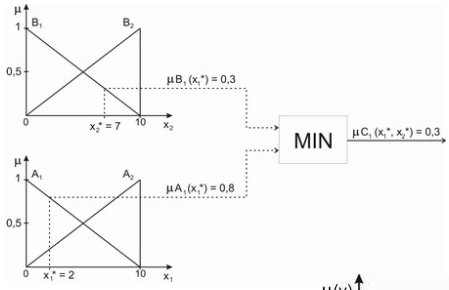
Funkcja ta stanowi wyjście bloku wnioskowania i przekazywana jest na kolejny blok.

Wnioskowanie (interferencja)

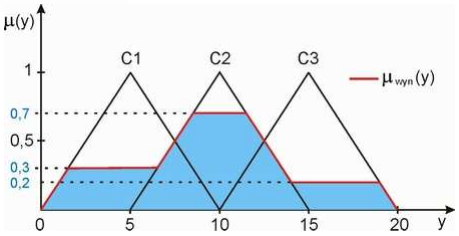
W wypadku stosowania przesłanek złożonych trzeba wykorzystać odpowiednie operatory logiczne.



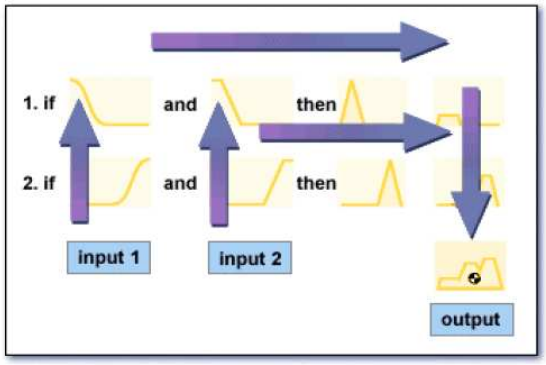
Wnioskowanie (interferencja)



1: $\mu C_1 (x_1^*, x_2^*) = 0,3$
2: $\mu C_2 (x_1^*, x_2^*) = 0,7$
3: $\mu C_2 (x_1^*, x_2^*) = 0,2$
4: $\mu C_3 (x_1^*, x_2^*) = 0,2$



Wnioskowanie rozmyte



Interpreting the Fuzzy Inference Diagram

Defuzyfikacja (ostrzenie)

Jest to ostatni blok układu sterowania rozmytego. Na jego wejście trafia wynikowa funkcja przynależności. Jest to wynik działania systemu przedstawiony w postaci rozmytej.

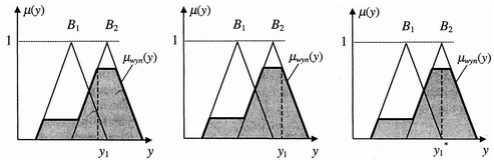
Żeby móc go wyprowadzić na obiekt sterowany, zamieniany jest na konkretną wartość liczbową (ostrzenie, defuzyfikacją).

Defuzyfikacja (ostrzenie)

Wyróżniamy kilka metod defuzyfikacji. Do najpopularniejszych należą:

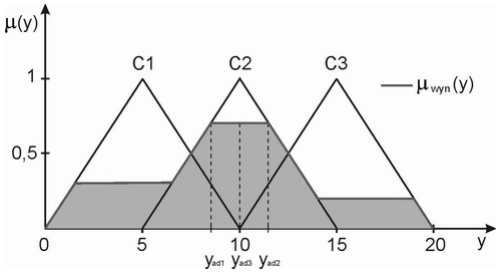
1) metoda pierwszego maksimum
2) metoda ostatniego maksimum
3) metoda środka maksimum
4) metoda środka ciężkości
5) metoda wysokości

Pierwsze trzy metody są bardzo proste do obliczenia. Niestety na wynik defuzyfikacji ma wpływ jedynie najbardziej zaktywowany zbiór rozmyty zmiennej wyjściowej.



metodą pierwszego maksimum
ostatniego maksimum
środkowego maksimum

Defuzyfikacja (ostrzenie)

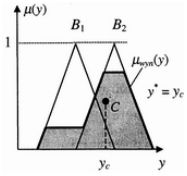


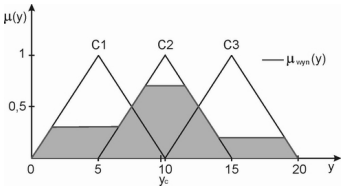
metodą pierwszego maksimum: y_{ad1} = 8,5;
ostatniego maksimum : y_{ad3} = 10;
środkowego maksimum: y_{ad2} = 11,5;

Defuzyfikacja (ostrzenie)

Metoda środka ciężkości: w celu otrzymania ostrej wartości wynikowej wymaga obliczenia dwóch całek, metoda ta uwzględnia wszystkie zaktywowane zbiory rozmyte dzięki czemu otrzymujemy płynne zmiany na wyjściu (ciągłość sterowania).

Wady:
• w przypadku zaktywowania tylko jednego zbioru rozmytego, niezależnie od stopnia jego aktywacji, układ podaje nam ten sam wynik.
• zawężanie zakresu defuzyfikacji (w przypadku aktywacji któregoś z brzegowych zbiorów rozmytych (nawet gdy jest ona maksymalna) nie otrzymamy wartości maksymalnej (minimalnej)).





$y_c = 9{,}56$;

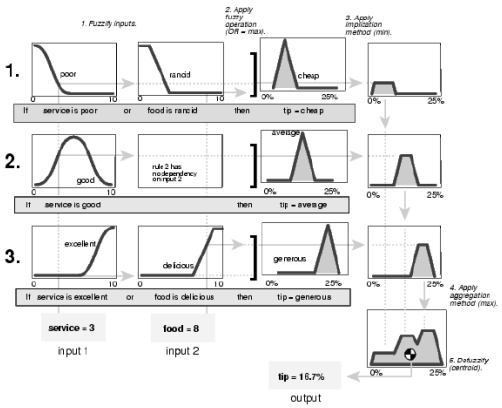
Defuzyfikacja (ostrzenie)

Wnioskowanie nie jest korzystne obliczeniowe, ponieważ należy wyznaczyć centra dwuwymiarowych figur.

✓Jest intuicyjny.

✓Metoda szeroko wykorzystywana i akceptowana.

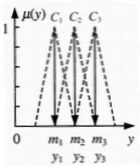
✓Dobrze dopasowana do wejść opisywanych przez człowieka.



Defuzyfikacja (ostrzenie)

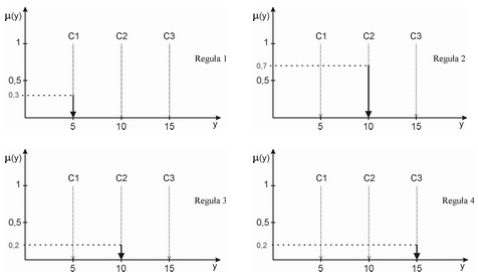
Metoda wysokości: w przeciwieństwie do pozostałych metod, na wartość wyjściową mają wpływ wszystkie aktywowane przesłanki, a nie tylko te które mają największy wpływ na dany zbiór rozmyty zmiennej wyjściowej.

W metodzie tej zbiory rozmyte zmiennej wyjściowej zamieniane są na zbiory jednoelementowe (singletony). Znajdują się one w miejscu, dla którego dany zbiór rozmyty przyjmuje wartość 1. Ważne jest aby odpowiednio dobrać funkcje przynależności żeby nie mieć problemów z określeniem położenia singletonów (np. funkcja trapezoidalna).



Defuzyfikacja (ostrzenie)

1: $\mu C_1 (x_1^*, x_2^*) = 0{,}3$
2: $\mu C_2 (x_1^*, x_2^*) = 0{,}7$
3: $\mu C_2 (x_1^*, x_2^*) = 0{,}2$
4: $\mu C_3 (x_1^*, x_2^*) = 0{,}2$



$$y^* = \frac{y_1 \cdot \mu_{C1} + y_2(\mu_{C2'} + \mu_{C2'}) + y_3 \cdot \mu_{C3}}{\mu_{C1} + \mu_{C2'} + \mu_{C2'} + \mu_{C3}} =$$

$$= \frac{5 \cdot 0{,}3 + 10(0{,}7 + 0{,}2) + 15 \cdot 0{,}2}{0{,}3 + 0{,}7 + 0{,}2 + 0{,}2} = 9{,}64$$

Defuzyfikacja (ostrzenie)

pojedyncze wartości (singletony) jako funkcje przynależności znalezionych konsekwencji. Maja one wartości różne od zera tylko w jednym punkcie.

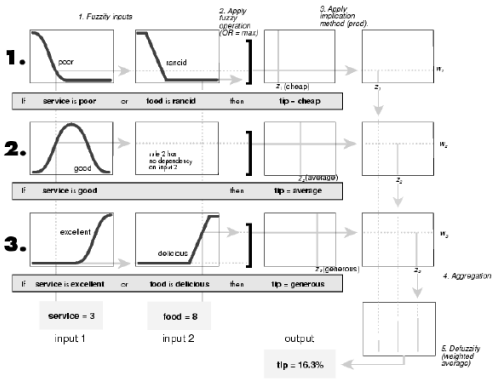
Efektywny obliczeniowo

Pracuje poprawnie z technikami liniowymi

Jest wydajny dla technik optymalizacji i adaptacji.

Gwarantuje ciągłość płaszczyzny wyjściowej.

Dopasowany do analiz matematycznych.



Wnioskowanie typu Mamadani

Model rozmyte oparte na wnioskowaniu typu Mamdaniego opierają się na bazie reguł i stosowaniu operatorów lingwistycznych

Jest to podejście najbardziej neutralne z punktu widzenia logiki rozmytej i przez to szeroko stosowne.

Stosowane w układach regulacji, gdzie reguły i wyrażenia lingwistyczne strategii sterowania opierają się na wiedzy eksperckiej i zdrowym rozsądku

Wnioskowanie typu Takagi - Sugeno

Wada modeli lingwistycznych: nie zawierają one w jawnej postaci obiektywnej wiedzy o systemie (nie może być wcielona w ramy zbiorów rozmytych)

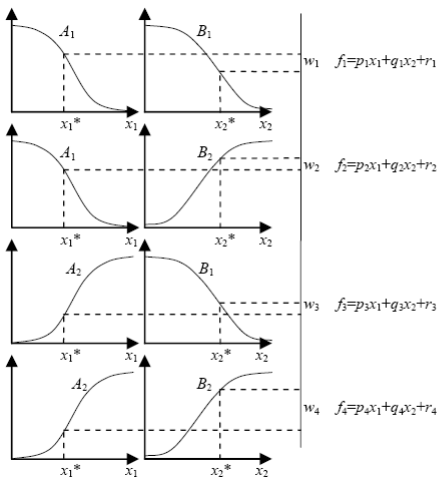
Wiedza ta często jest dostępna i może stanowić doskonałą podstawę do modelowania rozmytego.

Sugeno i współpracownicy zaproponowali alternatywny system wnioskowania oparty na bazie reguł specjalnego formatu, który odznacza się następnikami typu funkcyjnego używanymi w miejsce następników rozmytych (jak w modelu lingwistycznym)

R_1: jeżeli x_1 jest *mały* oraz x_2 jest *mały* to $y=f_1(x_1, x_2)$
R_2: jeżeli x_1 jest *mały* oraz x_2 jest *duży* to $y=f_2(x_1, x_2)$
R_3: jeżeli x_1 jest *duży* oraz x_2 jest *mały* to $y=f_3(x_1, x_2)$
R_4: jeżeli x_1 jest *duży* oraz x_2 jest *duży* to $y=f_4(x_1, x_2)$

R_1: jeżeli $(x_1=A_1)$ oraz $(x_2=B_1)$ to $y_1=f_1(x_1, x_2)$
R_2: jeżeli $(x_1=A_1)$ oraz $(x_2=B_2)$ to $y_2=f_2(x_1, x_2)$

Wnioskowanie typu Takagi - Sugeno



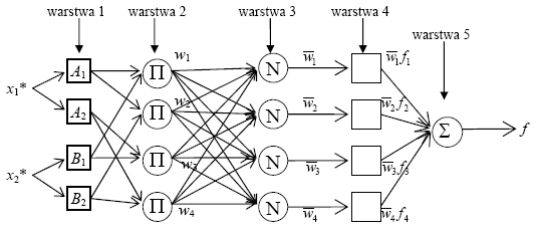
$$f = \frac{\sum_{k=1}^{4} w_k f_k\left(x_1^*, x_2^*\right)}{\sum_{k=1}^{4} w_k}$$

$$f = \sum_{k=1}^{4} \overline{w}_k f_k$$

ANFIS

Wymagane w regułach rozmytych zależności funkcyjne bardzo często nie są znane, i powstaje problem ich estymacji.

ANFIS (*Adaptive Network Fuzzy Inference System)* – pozwala na zbudowanie modelu rozmytego o parametrach dobieranych przez sieć neuronową.



Etapy w modelu rozmytym

A. Czynności wstępne:

1. Określenie reguł rozmytych.
2. Określenie funkcji przynależności do wartości wejść i wyjść.

B. Główne kroki:

1. Rozmycie wejść poprzez użycie funkcji przynależności (fuzyfikacja).
2. Łączenie rozmytych przesłanek (wejść) poprzez rozmyte reguły by uzyskać rozmyte konsekwencje (z wielu reguł).
3. Łączenie wniosków (konsekwencji), by otrzymać ostateczny rozkład wyjścia.
4. Defuzyfikacja wyjścia (wyostrzenie) – musimy uzyskać jednoznaczna odpowiedz.

Przykład 1

Zadanie: określenie wielkości napiwku w restauracji

• średni napiwek w USA to 15% od kwoty rachunku - jego wielkość zależy od jakości obsługi oraz jedzenia;

Wejście:
• jakość obsługi: 0 (słaba) - 10 (rewelacyjna);
• jedzenie: 0 (nieświeże) - 10 (wyśmienite);

Wyjście:
• wielkość napiwku:

Przykład 2

Cel: zbudować rozmyty system ekspertowy wspomagający wnioskowanie o operacjach wydobycia na podstawie:

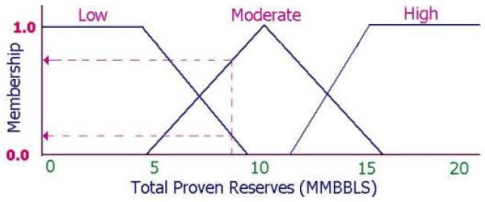
- cen ropy i
- wykazanych rezerw korporacji.

Dane są:

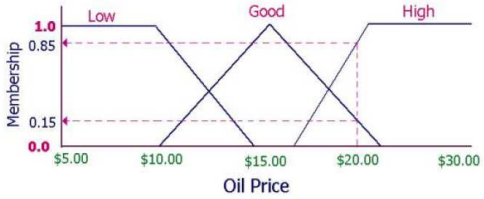
- zbiory rozmyte dla cen ropy (wejście 1),
- zbiory rozmyte dla wykazanych rezerw korporacji (wejście 2),
- Zbiory rozmyte zaangażowania w operacje wydobycia (wyjście).
- Reguły postępowania przy zadanych wejściach.

Przykład 2

Wejście 1: rezerwy korporacji.

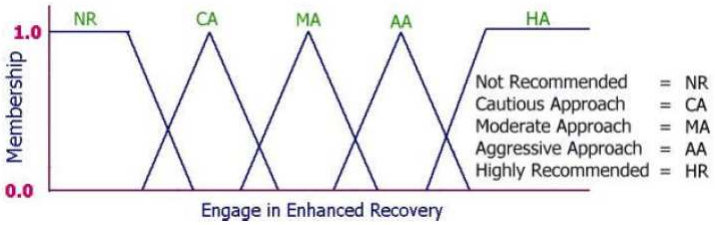


Wejście 2: cena ropy:



Przykład (3)

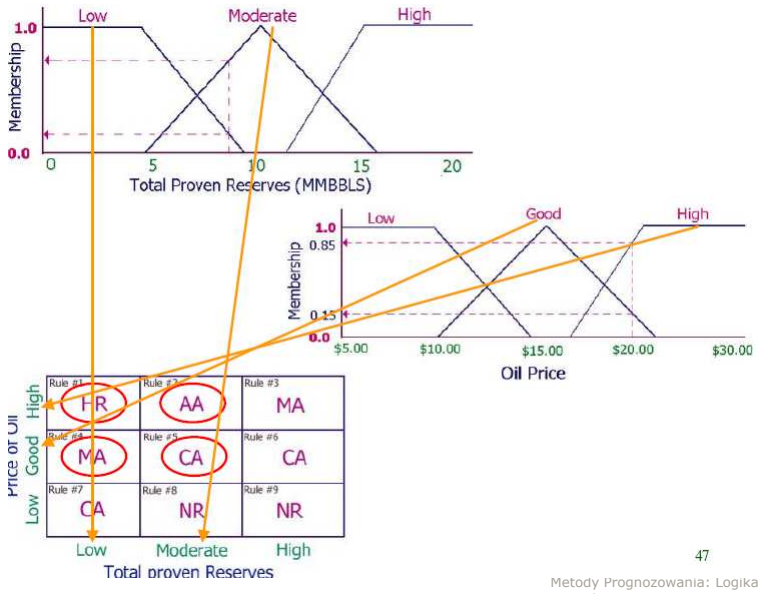
Wyjście: zaangażowania w operację zwiększenia wydobycia.



Przykład (4) – reguły rozmyte

Reguła 1:
IF cena ropy jest wysoka
AND wykazane rezerwy są niskie
THEN zwiększenie operacji wydobycia wysoce wskazane.

Not Recommended = NR
Cautious Approach = CA
Moderate Approach = MA
Aggressive Approach = AA
Highly Recommended = HR

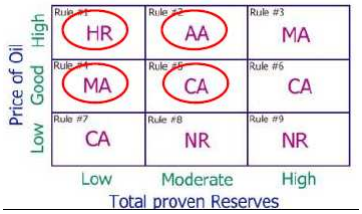


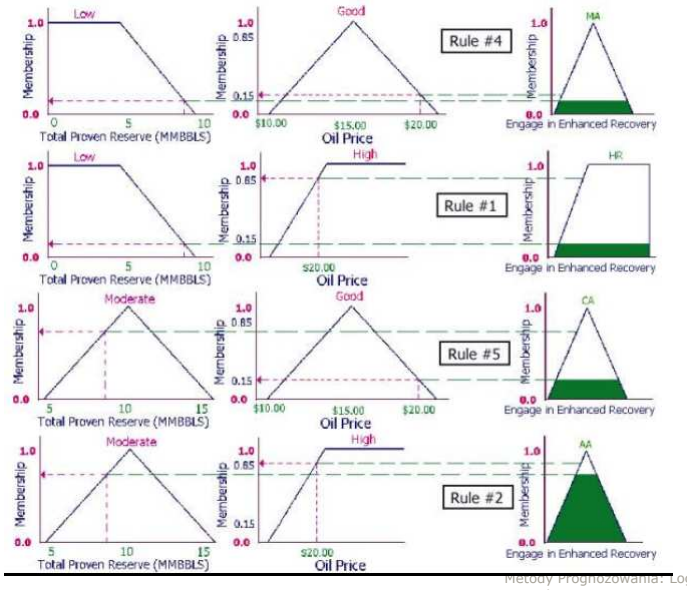
47

„Odpalenie” reguł

Wykorzystuje sie, w zależności od reguły, operatory zdefiniowane dla zbiorów rozmytych takie jak: suma (MAX), iloczyn (MIN) do składania wejść. W wyniku obliczeń powstaje zbiór rozmyty, tzw. konsekwencja.

Różnorodność operatorów sum i iloczynów prowadzi do różnych rozwiązań.

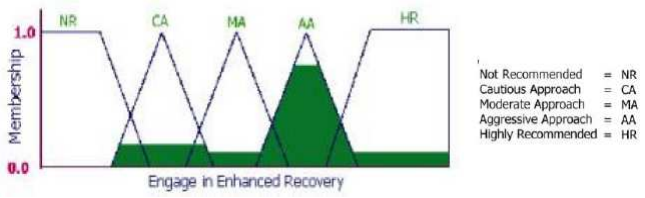




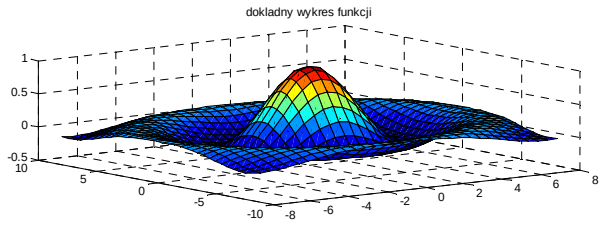
Agregacja reguł (akumulacja)

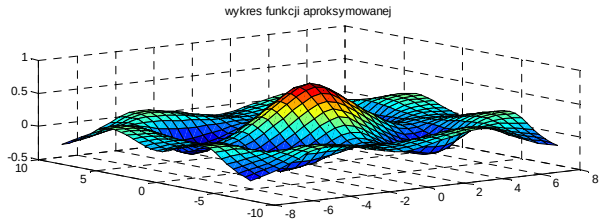
Jest to proces łączenia wszystkich reguł wyjściowych w jeden zbiór rozmyty.

Najczęściej wykorzystuje sie operator MAX.



Przykład – aproksymacja funkcji





Zastosowanie logiki rozmytej ?

•Logika rozmyta jest stosowana wszędzie tam, gdzie użycie klasycznej logiki stwarza problem ze względu na trudność w zapisie matematycznym procesu lub gdy wyliczenie lub pobranie zmiennych potrzebnych do rozwiązania problemu jest niemożliwe.

•Ma szerokie zastosowanie w różnego rodzaju sterownikach. Sterowniki te mogą pracować w urządzeniach tak pospolitych jak lodówki czy pralki, jak również mogą być wykorzystywane do bardziej złożonych zagadnień jak przetwarzanie obrazu, rozwiązywanie problemu korków ulicznych czy unikanie kolizji.

•Sterowniki wykorzystujące logikę rozmytą są również używane na przykład w połączeniu z sieciami neuronowymi.

Zastosowanie

Wszędzie tam, gdzie trudno jest utworzyć matematyczny model, ale daje sie opisać sytuacje w sposób jakościowy, za pomocą reguł rozmytych:

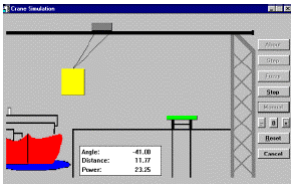
- ✓ Kontrolery rozmyte w przemyśle – kontrola procesów.
- ✓ Inteligentne lodówki, pralki, windy, opiekacze do grzanek, aparaty fotograficzne.
- ✓ Zastosowania medyczne:
  nieprecyzyjny język daje sie przełożyć na reguły rozmyte.

Zastosowania techniczne

- Synteza jądrowa.
- Ustalanie drogi przelotu samolotu.
- Sterowanie procesem spalania paliw w elektrowniach.
- Kontrola prędkości ciężarówki.
- Sterowanie procesem produkcji penicyliny.
- Kontrola ruchu ulicznego.
- Mikrokontrolery (*68HC12 MCU).*

Przykłady (1)

Sterowanie dźwigiem dopasowując ciężar i drogę, tak by elementy nie huśtały sie na linach.



Przykłady (2)

ABS (Antilock-Bracking System)

Dynamika pojazdu i hamowanie jest złożonym systemem i zachowuje sie silnie nieliniowo. Logika rozmyta jest zatem świetnym rozwiązaniem.

Główne komponenty ABS:

- ✓ Electronic control units (ECUs) – przetwarza informacje z sensora i reguluje odpowiednio hamulcami;
- ✓ Sensor prędkości kół – wysyła impulsy do ECU z
- ✓ częstotliwością proporcjonalna do prędkości kół;
- ✓ modulator hamulców.

Zastosowania w biznesie i finansach

- ✓ Inwestycje bankowe.
- ✓ Ocena ryzyka kredytowego.
- ✓ Ocena ryzyka ubezpieczenia.
- ✓ Określenie strategii inwestycyjnych.
- ✓ Określenie profilu klienta.
- ✓ Kontroler jakości.
- ✓ Przewidywanie długości pobytu w szpitalu.
- ✓ Wyszukiwanie powtarzających sie danych w bazach.
- ✓ Prognozowanie giełdowe.
- ✓ Wyznaczanie ramówek dla reklam telewizyjnych.

Dziękuje za uwagę