

2015/2016

Metody i analiza danych

Macierze

*Laboratorium
komputerowe*
2

Anna Kielbus

Zakres tematyczny

1. Funkcje wspomagające konstruowanie macierzy
2. Dostęp do elementów macierzy.
3. Działania na macierzach
4. Działania tablicowe
5. Algebra liniowa i operacje na łańcuchach
6. Zadania.

1. Funkcje konstruowania macierzy

- a) Definicja macierzy przez wyliczenie elementów (**poszczególne elementy macierzy oddziela się spacjami, a wiersze średnikami lub umieszcza się je w oddzielnych liniach**):

» $A = [5\ 5\ 5\ 1; 1\ 5\ 3\ 1];$

lub:

» $A = [5\ 5\ 5\ 1$
 $1\ 5\ 3\ 1]$

$A = \begin{matrix} 5 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 1 \end{matrix}$

- b) Definicja macierzy przez wygenerowanie elementów

$A = [\text{min}:\text{krok}:\text{max}]$

Polecenie generuje wektor poczynając od elementu o wartości *min*, kończąc na elemencie o wartości *max* z krokiem *krok*. Jeżeli parametr *krok* zostanie pominięty, przyjmuje się, iż *krok*=1.

Ćwiczenie 1

Wygeneruj macierz trzywierszową o wyrazach od 1 do 10 w pierwszym wierszu, o wyrazach od 2 do 20 (co 2) w wierszu drugim i o wyrazach od 5 do 95 (co 10).

» $A = [1:10; 2:2:20; 5:10:95]$

$A =$

$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & 18 & 20 \\ 5 & 15 & 25 & 35 & 45 & 55 & 65 & 75 & 85 & 95 \end{matrix}$

- c) Definicja macierzy z wykorzystaniem elementów innych macierzy (**proszę pamiętać o zgodności wymiarów macierzy**)

Ćwiczenie 2

Utwórz macierz D ($D = [A\ B; C]$) budując ją ze zdefiniowanych macierzy A, B i C.

» $A = [1\ 4\ 1; 2\ 0\ 1];$

» $B = [3\ 1; 4\ 1];$

» $C = [1\ 2\ 2\ 0\ 1; 2\ 4\ 7\ 1\ 0];$

» $D = [A\ B; C]$

$D =$

$\begin{matrix} 1 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 7 & 1 & 0 \end{matrix}$

d) Definicja macierzy jednostkowej

Utwórz kwadratową macierz jednostkową A o wymiarze 3x3.

» A=eye(3)

A =

```
1 0 0
0 1 0
0 0 1
```

e) Definicja macierzy wypełnionej jedynkami.

Utwórz macierz A o wymiarze 2x3 wypełnionej jedynkami.

» A=ones(2,3)

A =

```
1 1 1
1 1 1
```

f) Definicja macierzy wypełnionej zerami.

Utwórz macierz A o wymiarze 3x2 wypełnionej zerami.

» A=zeros(3,2)

A =

```
0 0
0 0
0 0
```

2. Dostęp do elementów macierzy

a) odwołanie do elementów macierzy

» A=[1 2 -3; 0 9 8; -1 1 0]

A =

```
1 2 -3
0 9 8
-1 1 0
```

» A(2,3) - odwołanie do elementu w wierszu 2 i kolumnie 3;

ans =

8

» A(3,1) - odwołanie do elementu w wierszu 3 i kolumnie 1

```
ans =
    -1
```

- b) wybór największego elementu
 » **max(A)**- zwraca największy element wektora A. W przypadku gdy A jest macierzą, zwraca wektor wierszowy, którego elementami są maksymalne elementy z każdej kolumny A.

```
>> max(A)
```

```
ans =
     1     9     8
```

- c) Wybór najmniejszego elementu
 » **min(A)**- zwraca najmniejszy element wektora A. W przypadku gdy A jest macierzą, zwraca wektor wierszowy, którego elementami są minimalne elementy z każdej kolumny A.

```
» min(A)
```

```
ans =
    -1     1    -3
```

- d) Obliczanie wartości średniej elementów
 » **mean(A)** - zwraca średnią arytmetyczną elementów wektora A. W przypadku gdy A jest macierzą, zwraca wektor wierszowy, którego elementami są średnie arytmetyczne elementów z każdej kolumny A.

```
» mean(A)
```

```
ans =
     0  4.0000  1.6667
```

- e) odwołanie do podmacierzy

Ćwiczenie 3

Utwórz macierz A

```
A =
     1     2     3     4     5     6
     0     9     8     7     6     5
     1     1     0     0     2     2
```

a następnie macierz B poprzez pobranie z macierzy A, kolumn: 1-3 oraz 5.

```
» B=A(:,[1:3 5])
```

B =

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 9 & 8 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
Ćwiczenie 4

Utwórz macierz C z elementów macierzy A leżących na przecięciu wierszy 1 i 3 z kolumnami 1,3 i 5.

A =

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

»C=A([1 3],1:2:5)

C =

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

f) usuwanie wektora z macierzy

Ćwiczenie 5

Utwórz macierz A, a następnie usuń drugi wiersz z macierzy A.

>> A=[-1 2 3 4; -4 -5 6 -7]

A =

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ -4 & -5 & 6 & -7 \end{bmatrix}$$

» A(2,:)=[]

A =

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Dodatkowo:

» A(:,1:2)=[] usuwa dwie pierwsze kolumny z macierzy A.

A =

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Działania na macierzach

a) suma i różnica macierzy

Ćwiczenie 6

Zdefiniuj dwie macierze A i B, a następnie oblicz ich sumę, różnicę oraz dodaj do elementów macierzy A liczbę 3.

```
>> A=[8 -1 2; -2 3 10]
```

```
A =
```

```
8 -1 2
-2 3 10
```

```
>> B=[0 -1 12; -2 -3 1]
```

```
B =
```

```
0 -1 12
-2 -3 1
```

```
>> A+B
```

```
ans =
```

```
8 -2 14
-4 0 11
```

```
>> A-B
```

```
ans =
```

```
8 0 -10
0 6 9
```

```
>> A+3
```

```
ans =
```

```
11 2 5
1 6 13
```

b) mnożenie macierzy

Ćwiczenie 7

Zdefiniuj dwie macierze A i B, a następnie oblicz ich iloczyn oraz pomnóż elementy macierzy A przez 5.

```
>> A=[1 1 0; 2 1 1]
```

```
A =
```

```
1 1 0
2 1 1
```

```
>> B=[-4; 2; 6]
```

```
B =
```

```
-4  
2  
6
```

```
>> A*B
```

```
ans =
```

```
-2  
0
```

```
>> A*5
```

```
ans =
```

```
5 5 0  
10 5 5
```

c) odwracanie i transpozycja

```
>> inv(A) - zwraca macierz odwrotną do A
```

```
>> A' - transponuje macierz A
```

Ćwiczenie 8

Zdefiniuj macierz A, a następnie wyznacz macierz odwrotną do niej i dokonaj transpozycji.

```
>> A=[1 2 3; 0 9 8; 3 4 7]
```

```
A =
```

```
1 2 3  
0 9 8  
3 4 7
```

```
>> inv(A)
```

```
ans =
```

```
-15.5000 1.0000 5.5000  
-12.0000 1.0000 4.0000  
13.5000 -1.0000 -4.5000
```

```
>> A'
```

```
ans =
```

```
 1  0  3
 2  9  4
 3  8  7
```

Ćwiczenie 9

Zdefiniuj wektor kolumnowy A, a następnie oblicz sumę kwadratów elementów tego wektora.

```
>> A=[13 2 3; 0 -9 8; 3 4 -7]
```

```
A =
```

```
13  2  3
 0 -9  8
 3  4 -7
```

```
>> A=[13 2 3; 0 -9 8; 3 4 -7]'
```

```
A =
```

```
13  0  3
 2 -9  4
 3  8 -7
```

```
>> A'*A
```

```
ans =
```

```
178  38  18
 38 101 -94
 18 -94 122
```

4. Działania tablicowe

- a) Działanie tablicowe jest działaniem, które przekształca poszczególne elementy macierzy oddzielnie.

Ćwiczenie 10

Zdefiniuj dwie macierze A i B, a następnie wykonaj działania mnożenia, dzielenia i potęgowania tablicowego.

```
>> A=[5 -6 2; -2 4 1]
```


A =

```
5 -6 2
-2 4 1
```

>> B=[5 2 2; -1 -2 1]

B =

```
5 2 2
-1 -2 1
```

>> **A.*B**

ans =

```
25 -12 4
2 -8 1
```

>> **A./B**

ans =

```
1 -3 1
2 -2 1
```

>> **A.^2** - podniesienie elementów macierzy A do drugiej potęgi

ans =

```
25 36 4
4 16 1
```

5. Algebra liniowa i operacje na łańcuchach

a) algebra liniowa

det(A) - obliczanie wyznacznika macierzy A

eig(A) - obliczanie wartości własnych macierzy A

poly(A) - obliczanie współczynników wielomianu charakterystycznego macierzy A

rank(A) - obliczanie rzędu macierzy A

diag(A) - wyznaczanie elementów leżących na głównej przekątnej macierzy A.

Ćwiczenie 11

Zdefiniuj macierz A o wymiarze 4x4, a następnie wyznacz jej wyznacznik, wartości własne, współczynniki wielomianu charakterystycznego oraz zbadaj rząd macierzy.

```
>> A=[1 3 0 2; 2 0 3 1; 0 5 0 0; 1 0 2 0];  
>> det(A)
```

```
ans =  
    0
```

```
>> eig(A)
```

```
ans =  
    5.2824  
   -4.3691  
    0.0867  
    0.0000
```

```
>> poly(A)
```

```
ans =  
  
    1.0000  -1.0000  -23.0000   2.0000  -0.0000
```

```
>> rank(A)
```

```
ans =  
    3
```

b) operacje na łańcuchach

- Uzupełniającym typem danych w języku MATLAB jest typ łańcuchowy (tekstowy). Do definiowania zmiennej tego typu stosuje się apostrofy, np.:

```
>> s='MATLAB'
```

```
s =  
MATLAB
```

- Na zmiennych typu łańcuchowego można dokonywać niektórych działań macierzowych, na przykład transpozycji:

```
>> s'
```

```
ans =  
M  
A  
T  
L  
A  
B
```

- Zmienna typu łańcuchowego może zawierać nazwę instrukcji, którą można wykonać używając funkcji *eval*.

```
» t=[0:0.2:1];
```

```
» s='sin(t)';
```

```
» eval(s)
```

```
ans =
```

```
0 0.1987 0.3894 0.5646 0.7174 0.8415
```

- Można wysłać na ekran wywołanie zachęty oczekujące na wprowadzenie przez użytkownika danej wartości lub łańcucha znaków, np.:

```
» a=input('Podaj wartość a: ')
Podaj wartość a:
```

```
lub:
```

```
» wzor=input('Podaj wzór funkcji f(x): ','s')
```

```
Podaj wzór funkcji f(x):
```

UWAGA:

Użycie parametru 's' w funkcji input powoduje, iż wprowadzona dana jest traktowana jako łańcuch znaków.

6. Zadania

Zadanie 1

Utwórz macierz A o wymiarach 7x3, a następnie macierz B powstałą z elementów macierzy A leżących na przecięciu wierszy 1 i 7 z kolumnami 1 i 3. Wyznacz najmniejszy element powstałej macierzy B.

Zadanie 2

Rozwiąż układ równań liniowych:

$$\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 3x-4y+2z=-5 \\ 5x-2y+3z=2 \end{cases}$$

(Wskazówka: poprzez odpowiednie zapisanie w postaci macierzowej i zwrócenie macierzy odwrotnej do A).

Zadanie 3

Zdefiniuj macierz A, a następnie wyznacz macierz odwrotną do niej i dokonaj transpozycji.

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 209 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & -8 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Zadanie 4

Wygeneruj macierz dwuwierszową za pomocą funkcji $A=[\text{min:krok:max}]$.

A =

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

i oblicz wartość średnią elementów

Zadanie 5

Oblicz objętość mniejszego walca, powstałego z przecięcia płaszczyzną równoległą do podstawy walca o promieniu podstawy $r=350\text{cm}$ i wysokości $h=567\text{m}$. Wysokość przecięcia płaszczyzną stanowi $1/3$ wysokości walca.